

TRƯỜNG THPT TRIỆU QUANG PHỤC

TỔ TOÁN - TIN

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN ĐẠI SỐ – GIẢI TÍCH

NĂM HỌC 2021-2022

Giáo viên: Vũ Văn Dũng

PHẦN 1 CHƯƠNG 4: GIỚI HẠN

Câu 1 : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1} \right) \right]$ bằng

- A. $+\infty$. B. $\frac{3}{2}$. C. 1,499. D. 0.

Câu 2 : Giới hạn của $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{3}$

Câu 3: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 3}{\sqrt{x^2 - 9}}$

- A. $-\infty$ B. 0 C. $\sqrt{6}$ D. $+\infty$

Câu 4 : Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\sqrt{2 - x} - 1}$

- A. $L = -6$ B. $L = -4$ C. $L = 2$ D. $L = -2$

Câu 5: Kết quả của giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ bằng

- A. 0 B. 4 C. -4 D. 2

Câu 6: Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{2x^2 - 3}}$

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 7: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n}{3n + 1}$

- A. -5 B. 7 C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 8: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + 4x} - 1}{x}$.

- A. $+\infty$. B. 0. C. $-\infty$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 9: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 1}{x - 1}$.

- A. -1. B. $-\infty$. C. 2. D. $+\infty$.

Câu 10: Tính giới hạn $\lim \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$.

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. 0. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 11: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $-\infty$?

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$ B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x+4}{x-2}$ C. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$ D. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-3x+4}{x-2}$

Câu 12: Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào có giá trị bằng 0 ?

- A. $\lim \frac{2^n + 3}{1 - 2^n}$ B. $\lim \frac{(2n+1)(n-3)^2}{n - 2n^3}$ C. $\lim \frac{2^n + 1}{3 \cdot 2^n - 3^n}$ D. $\lim \frac{1 - n^3}{n^2 + 2n}$

Câu 13: Tính giới hạn $\lim \frac{2n+1}{3n+2}$

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 0

Câu 14: Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$

- A. -1 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{5}{4}$

Câu 15: Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0?

- A. $\frac{1}{n}$; B. $\frac{n+1}{n}$; C. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$; D. $\frac{1}{\sqrt{n}}$;

Câu 16: Tính $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - \sqrt{x+3}}{x^2 - 1}$?

Câu 17 : Tính $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x + 1} - 2x)$?

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = +\infty$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 18: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = +\infty$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = 1$ C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = -\infty$ D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^4 - x}}{1 - 2x} = 0$

Câu 19 : Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ bằng:

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. -2

Câu 20: Trong các dãy số sau, dãy số nào có giới hạn khác 0 ?

- A. $u_n = (0,1234)^n$ B. $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$ C. $u_n = \frac{\sqrt{4n^3 - n + 1}}{n\sqrt{n+3} + 1}$ D. $u_n = \frac{\cos 2n}{n}$

Câu 21: Chọn kết quả đúng của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+3x}{\sqrt{2x^2+3}}$

A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 22: Kết quả giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. 1

B. -2

C. 2

D. -1

Câu 23: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 1)$ bằng :

A. 2

B. 1

C. $+\infty$

D. 3

Câu 24: Tính $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-3x-1}{x-1}$.

A. $-\infty$.

B. -3.

C. $+\infty$.

D. -1.

Câu 25: Tìm m $C = 2$. Với $C = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - mx + m - 1}{x^2 - 1}$ để

A. $m = 2$

B. $m = -2$

C. $m = 1$

D. $m = -1$

Câu 26: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n+1)$ bằng

A. 0

B. 1

C. $+\infty$

D. $-\infty$

Câu 27: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 5x^2 - 9\sqrt{2}x - 2017)$ bằng

A. $+\infty$.

B. 3.

C. -3.

D. $-\infty$.

Câu 28: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2x + 3}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $-\infty$

D. $+\infty$

Câu 29 : Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^2 - 1}{x}$.

A. 4

B. 0

C. 2

D. 1

Câu 30: Tính giới hạn $\lim \frac{n^2 - n + 3}{2n^2 + n + 1}$

A. 0

B. $+\infty$

C. 3

D. $\frac{1}{2}$

Câu 31: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1}$

A. 2

B. 3

C.

D. 1

Câu 32: Tính giới hạn $I = \lim \frac{2n+1}{n+1}$

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = +\infty$

C. $I = 2$

D. $I = 1$

Câu 33: $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1}$ bằng

- A. 0 B. -4 C. -3 D. 1

Câu 34: Cho giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2 + 5} + n}{4n - \sqrt{n^2 + 1}}$. Khi đó, giá trị của I là

- A. $I = 1$ B. $I = \frac{5}{3}$ C. $I = -1$ D. $I = \frac{3}{4}$

Câu 35 : Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{1 - 2x}}{x}$.

- A. 2 B. -1 C. -2 D. 0

Câu 36: Tính giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x + 1}$

- A. $M = 0$ B. $M = -1$ C. $M = 1$ D. $M = 3$

Câu 37: Trong các mệnh đề được cho bởi các phương án A, B, C, D dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

- A. Nếu $|q| \leq 1$ thì $\lim q^n = 0$
 B. Nếu $\lim u_n = a, \lim v_n = b$ thì $\lim(u_n, v_n) = ab$
 C. Với k là số nguyên dương thì $\lim \frac{1}{n^k} = 0$
 D. Nếu $\lim u_n = a > 0, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim(u_n, v_n) = +\infty$

Câu 38: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| + \sqrt{x^2 + x}}{x + 2}$

- A. $-\infty$ B. -2 C. 0 D. 2

Câu 39: Giá trị của số thực m sao cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x^2 - 1)(mx + 3)}{x^3 + 4x + 7} = 6$ là

- A. $m = -3$ B. $m = 3$ C. $m = 2$ D. $m = -2$

Câu 40: Khi tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} + 2x}{3 - 4|x|}$ ta được kết quả là một phân số tối giản

$\frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tính $a + b$?

- A. $a + b = 5$ B. $a + b = 7$ C. $a + b = -1$ D. $a + b = -3$

Câu 41: Cho dãy số (a_n) với $a_n = n - \sqrt{n^2 - 1}, n \geq 1$ Tìm phát biểu **sai**:

- A. $a_n = \frac{1}{n + \sqrt{n^2 - 1}}, n \geq 1$ B. (a_n) là dãy số tăng.
 C. (a_n) bị chặn trên. D. (a_n) chặn dưới.

Câu 42 Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}+2021}{x+2022} = \frac{1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+bx+1}-x) = 1$. Tính $P = 4a+b$.

- A. $P = -1$ B. $P = 2$ C. $P = 3$ D. $P = 1$

Câu 43: Tính $L = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x+1} + \sqrt[3]{x^3+1})$.

- A. $L = -0,5$ B. $L = -\infty$ C. $L = 0$ D. $L = 0,5$

Câu 44: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{3x^2-4x-4} + \frac{1}{x^2-12x+20} \right)$ là một phân số tối giản $\frac{a}{b}$ ($b > 0$). Khi đó giá trị của $b - a$ bằng:

- A. 15 B. 16 C. 18 D. 17

Câu 45: Cho $f(x)$ là một đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{x-1} = 24$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-16}{x-1(\sqrt{2f(x)+4}+6)}$.

- A. $I = 24$. B. $I = +\infty$. C. $I = 2$. D. $I = 0$.

Câu 46: Tính giới hạn: $\lim \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$?

- A. 0 B. 2 C. 1 D. $\frac{3}{2}$

Câu 47: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x^2+x+2}}{x-1} = ?$

- A. $\frac{1}{12}$ B. $+\infty$ C. $\frac{-3}{2}$ D. $\frac{-2}{3}$

Câu 48: Tính giới hạn : $\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right]$

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{2}$

Câu 49: Đặt $f(n) = (n^2+n+1)^2 + 1$. Xét dãy số (u_n) sao cho $u_n = \frac{f(1).f(3).f(5)...f(2n-1)}{f(2).f(4).f(6)...f(2n)}$. Tính

$\lim n\sqrt{u_n}$.

- A. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{2}$ B. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\lim n\sqrt{u_n} = \sqrt{3}$ D. $\lim n\sqrt{u_n} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 50 : Cho $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x+1}\sqrt{x+4}-2} \right) = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tổng $L = a+b$

- A. $L = 53$ B. $L = 23$ C. $L = 43$ D. $L = 13$

PHẦN 2. CHƯƠNG V ĐẠO HÀM

Câu 1. Số gia của hàm số $y = x^2 + 2$ tại điểm $x_0 = 2$ ứng với số gia $\Delta x = 1$ bằng bao nhiêu?

- A. 13. B. 9. C. 5. D. 2.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 2x^3 - (4x^2 - 3)$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $6x^2 - 8x - 3$. B. $6x^2 - 8x + 3$. C. $2(3x^2 - 4x)$. D. $2(3x^2 - 8x)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - 3x$. Giá trị $f'(-1)$ bằng bao nhiêu?

- A. -2. B. -1. C. 0. D. 2.

Câu 4. Cho hàm số $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$. Đạo hàm của hàm số $g(x)$ dương trong trường hợp nào?

- A. $x < 3$. B. $x < 6$. C. $x > 3$. D. $x < -3$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - 6$. Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 4$ là bao nhiêu?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Nhiều hơn 2 nghiệm.

Câu 6. Cho hai hàm số $f(x) = x^2 + 5$; $g(x) = 9x - \frac{3}{2}x^2$. Giá trị của x là bao nhiêu để $f'(x) = g'(x)$?

- A. -4. B. 4. C. $\frac{9}{5}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 - 7x + 3$. Để $f'(x) \leq 0$ thì x có giá trị thuộc tập hợp nào?

- A. $\left[-\frac{7}{3}; 1\right]$. B. $\left[-1; \frac{7}{3}\right]$. C. $\left(-\frac{7}{3}; 1\right)$. D. $\left\{-\frac{7}{3}; 1\right\}$.

Câu 8. Cho $f(x) = 5x^2$; $g(x) = 2(8x - x^2)$. Bất phương trình $f'(x) > g'(x)$ có nghiệm là?

- A. $x > \frac{8}{7}$. B. $x > \frac{6}{7}$. C. $x < \frac{8}{7}$. D. $x > -\frac{8}{7}$.

Câu 9. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ là:

- A. $y = 8x + 3$. B. $y = 8x + 7$. C. $y = 8x + 8$. D. $y = 8x + 11$.

Câu 10. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng:

- A. 7. B. 5. C. 1. D. -1.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^3 - x^2 - x + 5$. Với giá trị nào của x thì $f'(x)$ âm?

- A. $-1 < x < \frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3} < x < 1$. C. $-\frac{1}{3} < x < 1$. D. $-\frac{2}{3} < x < 2$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = mx - \frac{1}{3}x^3$. Với giá trị nào của m thì $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 2$?

- A. $m > 3$. B. $m < 3$. C. $m = 3$. D. $m < 1$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 5x}}$. B. $\frac{2x - 5}{\sqrt{x^2 - 5x}}$. C. $\frac{2x - 5}{2\sqrt{x^2 - 5x}}$. D. $-\frac{2x - 5}{\sqrt{x^2 - 5x}}$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos x}{x^2}$

- A. $y' = -\frac{\sin x}{2x}$. B. $y' = \frac{-x \sin x - 2 \cos x}{x^3}$.
C. $y' = \frac{-x \sin x + 2 \cos x}{x^3}$. D. $y' = -\frac{2 \sin x}{x^3}$.

Câu 15. Nếu $y = \sin \frac{x}{2}$ thì $y^{(n)} =$

- A. $\frac{1}{2^n} \sin\left(\frac{x}{2} + n\frac{\pi}{2}\right)$. B. $\sin\left(\frac{x}{2} + n\frac{\pi}{2}\right)$. C. $2^n \sin\left(\frac{x}{2} + n\frac{\pi}{2}\right)$. D. $\frac{1}{2^n} \sin\left(\frac{x}{2} + n\pi\right)$.

Câu 16. Phương trình tiếp tuyến của parabol $y = x^2 + x + 3$ song song với đường thẳng $y = \frac{4}{3} - x$ là :

- A. $y = x - 2$. B. $y = 1 - x$. C. $y = 2 - x$. D. $y = 3 - x$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = (x^5 - 2x^2)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $10x^9 + 16x^3$. B. $10x^9 - 14x^6 + 16x^3$. C. $10x^9 - 28x^6 + 16x^3$. D. $10x^9 - 28x^6 + 8x^3$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y = \left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)^2$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-14}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$. B. $\frac{-4}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$. C. $\frac{16}{(2x+1)^2} \cdot \frac{2-3x}{2x+1}$. D. $2\left(\frac{2-3x}{2x+1}\right)$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{3x^2 - 2x + 12}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$. B. $\frac{4x}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$. C. $\frac{3x-1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$. D. $\frac{6x}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 12}}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \sqrt{2x+2}$. Biểu thức $y(1) + y'(1)$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 21. Đạo hàm số của hàm số $y = 2\sin 2x + \cos 2x$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $4\cos 2x - 2\sin 2x$. B. $4\cos 2x + 2\sin 2x$.
C. $2\cos 2x - 2\sin 2x$. D. $-4\cos 2x - 2\sin 2x$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\sin 5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-5\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$. B. $\frac{5\cos 5x}{\sqrt{\sin 5x}}$. C. $\frac{\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$. D. $\frac{5\cos 5x}{2\sqrt{\sin 5x}}$.

Câu 23. Cho $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$. Biểu thức $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ có giá trị là bao nhiêu?

- A. -2 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Câu 24. Cho $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$ và $g(x) = 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x$. Tổng $f'(x) + g'(x)$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $6(\sin^5 x + \cos^5 x + \sin x \cdot \cos x)$. B. $6(\sin^5 x - \cos^5 x - \sin x \cdot \cos x)$.
C. 6 . D. 0 .

Câu 25. Cho f là hàm số liên tục tại x_0 . Đạo hàm của f tại x_0 là:

- A. $f(x_0)$.
B. $\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$.
C. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).
D. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{h}$ (nếu tồn tại giới hạn).

Câu 26. Cho hàm số f xác định trên \mathbb{R} bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

- A. 0 . B. 1 . C. $\frac{1}{2}$. D. Không tồn tại.

Câu 27. Cho hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ bởi $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3x}{x^2 - 3x + 2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 0 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. 0. D. Không tồn tại.

Câu 28. Cho hai kết quả:

(I) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4}$; (II) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^6}$

Hãy chọn câu đúng:

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. Cả hai đều đúng. D. Cả hai đều sai.

Câu 29. Cho hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ bởi $f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I) $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$ (II) $f'(x) > 0, \forall x \neq 1$

Hãy chọn câu đúng:

- A. Chỉ (I) đúng. B. Chỉ (II) đúng. C. Cả hai đều đúng. D. Cả hai đều sai.

Câu 30. Gọi (P) là đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x + 3$. Phương trình tiếp tuyến với (P) tại giao điểm của (P) với trục tung là:

- A. $y = -x + 3$. B. $y = -x - 3$. C. $y = 4x - 1$. D. $y = 11x + 3$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$ có đồ thị (H) . Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: y = 2x - 1$ và tiếp xúc với (H) thì tọa độ tiếp điểm là:

- A. $M_0(3; 2)$. B. $M_0(3; 2)$ và $M_1(1; 2)$.
C. $M_0(2; 3)$. D. Không tồn tại.

Câu 32. Nếu $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$ thì $f''(x)$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{x+1}{(x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$. B. $\frac{2}{(x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$.
C. $\frac{-2}{(x^2 + 2x + 3)\sqrt{x^2 + 2x + 3}}$. D. $\frac{x-1}{(x^2 + 2x + 3)}$.

Câu 33. Nếu $f(x) = \frac{2-x}{3x+1}$ thì $f''(x)$ là biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{42}{(3x+1)^2}$. B. $\frac{2x-1}{(3x+1)^3}$. C. $\frac{42}{(3x+1)^3}$. D. $-\frac{42}{(3x+1)^3}$.

Câu 34. Nếu $f(x) = (5x+1)(1-x)^3$ thì $f''(x)$ bằng:

- A. $-15(1-x)^2$. B. $2(1-10x)(1-x)^2$. C. $5(6x+1)(1-x)^2$. D. $(5x-2)(1-x)^2$.

Câu 35. Nếu $y = \sin \frac{x}{2}$ thì $y^{(n)}$ bằng:

- A. $\frac{1}{2^n} \sin\left(\frac{x}{2} + n\frac{\pi}{2}\right)$. B. $\sin\left(\frac{x}{2} + n\frac{\pi}{2}\right)$.
C. $2^n \sin\left(\frac{x}{2} + n\frac{\pi}{2}\right)$. D. $\frac{1}{2^n} \sin\left(\frac{x}{2} + n\pi\right)$.

Câu 36. Để tính đạo hàm của $y = f(x) = \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$, một học sinh lập luận theo 4 bước sau:

- A. Xét $u: x \mapsto u(x) = x^2 - \frac{\pi}{4}$; $v: x \mapsto v(u) = \cos u$.

B. Hàm số $y = f(x) = \cos\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$ là hàm hợp của hai hàm u và v (theo thứ tự đó).

C. Áp dụng công thức $f'(x) = v'(u) \cdot u'(x)$.

D. $f(x) = \sin u \cdot 2x = 2x \sin\left(x^2 - \frac{\pi}{4}\right)$.

Hỏi nếu sai thì sai tại bước nào?

Câu 37. Cho hàm số $y = \cos 2x \cdot \sin^2 \frac{x}{2}$. Xét hai kết quả sau:

(I) $y' = -2 \sin 2x \sin^2 \frac{x}{2} + \sin x \cos 2x$

(II) $y' = 2 \sin 2x \sin^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x \cos 2x$

Hãy chọn kết quả đúng

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x) = \sin \sqrt{x} + \cos \sqrt{x}$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi^2}{16}\right)$ bằng:

A. 0.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x) = -3x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 2x + 1$. Lấy đạo hàm cấp 1, 2, 3,... Hỏi đạo hàm đến cấp nào thì ta được kết quả triệt tiêu?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{x}$. Xét hai mệnh đề:

(I) $y'' = \frac{2}{x^3}$;

(II) $y''' = -\frac{6}{x^4}$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

Câu 41. Xét hàm số $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$. Phương trình $f^{(4)}(x) = -8$ có nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

A. $x = \frac{\pi}{2}$

B. $x = 0, x = \frac{\pi}{6}$.

C. $x = 0, x = \frac{\pi}{3}$.

D. $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Hãy chọn câu đúng

A. $4y - y'' = 0$.

B. $4y + y'' = 0$.

C. $y = y' \tan 2x$.

D. $y^2 + (y')^2 = 4$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = (x-1)^2$. Biểu thức nào sau đây là vi phân của hàm số f ?

A. $dy = 2(x-1)dx$.

B. $dy = (x-1)^2 dx$.

C. $dy = 2(x-1)$.

D. $dy = (x-1)dx$.

Câu 44. Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt{1 + \cos^2 2x}$. Chọn câu đúng:

A. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{2\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

B. $df(x) = \frac{-\sin 4x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

C. $df(x) = \frac{\cos 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

D. $df(x) = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 2x}} dx$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) - \cos^2 x$ với $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Nếu $y' = 1$ và

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ thì $f(x)$ là

A. $x + \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\pi}{4}$.

B. $x - \frac{1}{2} \cos 2x$.

C. $x - \sin 2x$.

D. $x + \sin 2x$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và $f(x) = \begin{cases} \sin x & (x \geq 0) \\ \sin(-x) & (x < 0) \end{cases}$. Tìm khẳng định sai

A. Hàm số f không liên tục tại $x_0 = 0$.

B. Hàm số f không có đạo hàm tại $x_0 = 0$.

C. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$.

D. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Câu 47. Cho hàm số f xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ bởi $y = f(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x-1}$. Xét hai mệnh đề:

(I) $y' = f'(x) = -1 - \frac{2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$

(II) $y'' = f''(x) = \frac{4}{(x-1)^3} > 0, \forall x \neq 1$

Chọn mệnh đề đúng:

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Cả hai đều sai.

D. Cả hai đều

đúng.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^2$ có đồ thị (P) và hàm số $g(x) = x^3$ có đồ thị (C). Xét hai câu sau:

(I) Những điểm khác nhau $M \in (P)$ và $N \in (C)$ sao cho tại những điểm đó, tiếp tuyến song song với

nhau là những điểm có tọa độ $M\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{9}\right) \in (P)$ và $N\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{27}\right) \in (C)$.

(II) $g'(x) = 3f(x)$

Chọn câu đúng.

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$. Để tính $f'(x)$, ta lập luận theo hai cách:

(I) $f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$

(II) $f(x) = \frac{\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Cả hai đều đúng.

D. Cả hai đều sai.

Câu 50. Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x$ theo 4 bước sau đây.

Biết rằng cách tính cho kết quả sai, hỏi cách tính sai ở bước nào?

A. $y = f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x)$.

B. $f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3$.

C. $f(x) = 1^3 = 1$.

D. $f'(x) = 1$.

PHẦN 3 : TỰ LUẬN

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Hãy xác định các số a, b, c biết rằng

$f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$ và đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $(-1; -3)$ và $(1; -1)$.

Câu 2: a) Giả sử hai hàm số $y = f(x)$ và $y = f(x+1)$ đều liên tục trên đoạn $[0; 2]$ và

$f(0) = f(2)$. Chứng minh phương trình $f(x) - f(x+1) = 0$ luôn có nghiệm thuộc đoạn $[0; 1]$.

b): Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ (1). Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị (1) tại điểm có hoành độ bằng 1 cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A và B sao cho diện tích tam giác

OAB bằng $\frac{3}{2}$.

Câu 3: Tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) của hàm số: $y = x^3 - 3x + 2$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau và độ dài đoạn $AB = 4\sqrt{2}$.