HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (35 câu - 7,0 *điểm*).

Câu 1: Tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=[1;+\infty)$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$ xác định khi $x\neq 1$. Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

A. $y=2x-1$. **B.** $y=-x^2+3x+1$.

C. $y=3-x$. **D.** $y=x^2+\sqrt{x}$.

Lời giải

Hàm số $y=-x^2+3x+1$ là hàm số bậc hai. Chọn đáp án B.

Câu 3: Biểu thức nào sau đây là tam thức bậc hai?

A. $f(x)=2x-1$. **B.** $f(x)=x^4+7x-2022$.

C. $f(x)=3x^2+2x-10$. **D.** $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$.

Lời giải

Tam thức bậc hai là biểu thức có dạng $f(x)=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$.

Do đó, $f(x)=3x^2+2x-10$ là tam thức bậc hai.

Câu 4: Phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1$ có tập nghiệm là :

A. $\{1-\sqrt{3};1+\sqrt{3}\}$. **B.** $\{1-\sqrt{3}\}$. **C.** $\{1+\sqrt{3}\}$ **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Ta có : $\sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1\geq 0\\3x^2+6x+3=4x^2+4x+1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -\dfrac{1}{2}\\x^2-2x-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -\dfrac{1}{2}\\\left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{3}\ \ l\\x=1+\sqrt{3}\ \ n\end{array}\right.\end{cases}.$$

Câu 5: Cho đường $(d):\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{a}=(1;2)$. **B.** $\vec{a}=(-1;3)$. **C.** $\vec{a}=(2;-4)$. **D.** $\vec{a}=(-1;2)$.

Lời giải

Dựa vào (d) ta có VTCP: $\vec{a}=(2;-4)$

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $M(3;-2)$ và $N(4;1)$.

A. $\begin{cases}x=3+4t\\y=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+3t\\y=1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+3t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $M(3;-2)$ và $N(4;1)$.

$\Rightarrow$ Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(3;-2\right)$ và nhận $\overrightarrow{MN}\left(1;3\right)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình tham số đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+t\\ y=-2+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 7: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây: $\Delta_1: 2x-3y+1=0$ và Δ_2: $-4x+6y-1=0$.

A. Song song. **B.** Trùng nhau.
C. Vuông góc. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

+) Xét: $\dfrac{2}{-4}=\dfrac{-3}{6}\neq\dfrac{1}{-1}$ nên hai đường thẳng song.

Câu 8: Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ là

$$d\left(M;\Delta\right)=\frac{\left|3.1-1+4\right|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 9: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-6x-10y+30=0$. **B.** $x^2+y^2-3x-2y+30=0$.

C. $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$. **D.** $x^2+2y^2-4x-8y+1=0.$.

Lời giải

Phương trình đường tròn đã cho có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$.

Xét đáp án A, ta có $a=3, b=5, c=30 \Rightarrow a^2+b^2-c=4>0$.

Câu 10: Đường tròn $\left(C\right)$ có tâm $I\left(-2;3\right)$ và đi qua $M\left(2;-3\right)$ có phương trình là:

A. $\left(x+2\right)^2+\left(y-3\right)^2=\sqrt{52}$. **B.** $\left(x+2\right)^2+\left(y-3\right)^2=52$.

C. $x^2+y^2+4x-6y-57=0$. **D.** $x^2+y^2+4x+6y-39=0$.

Lời giải

$R=\left|\overrightarrow{IM}\right|=\sqrt{4^2+\left(-6\right)^2}=\sqrt{52}$.

Phương trình đường tròn tâm $I\left(-2;3\right)$, $R=\sqrt{52}$ là: $\left(x+2\right)^2+\left(y-3\right)^2=52$.

Câu 11: Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $\left(H\right):\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$ là

A. $F_1=\left(-\sqrt{13};0\right); F_2=\left(\sqrt{13};0\right)$. **B.** $F_1=\left(0;-\sqrt{13}\right); F_2=\left(0;\sqrt{13}\right)$.

C. $F_1=\left(0;-\sqrt{5}\right); F_2=\left(0;\sqrt{5}\right)$. **D.** $F_1=\left(-\sqrt{5};0\right); F_2=\left(\sqrt{5};0\right)$.

Lời giải

Gọi $F_1=\left(-c;0\right); F_2=\left(c;0\right)$ là hai tiêu điểm của $\left(H\right)$.

Từ phương trình $(H): \dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$, ta có: $a^2 = 9$ và $b^2 = 4$ suy ra

$c^2 = a^2 + b^2 = 13 \Rightarrow c = \sqrt{13}, (c > 0)$.

Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1 = \left(-\sqrt{13}; 0\right); F_2 = \left(\sqrt{13}; 0\right)$.

Câu 12: Một tổ có 6 học sinh nữ và 8 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

A. 28. **B.** 48. **C.** 14. **D.** 8.

Lời giải

Số cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đi trực nhật là $6 + 8 = 14$.

Câu 13: Từ 4 số $1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số?

A. 12. **B.** 6. **C.** 64. **D.** 24.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abc}, a \neq 0$.

Chọn a có 4 cách chọn.

Chọn b có 4 cách chọn.

Chọn c có 4 cách chọn.

Theo qui tắc nhân, số các số lập được là : $4^3 = 64$ số.

Câu 14: Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ theo hàng ngang?

A. $7!$. **B.** 144. **C.** 2880. **D.** 480.

Lời giải

Số cách xếp 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ theo hàng ngang là $7!$.

Câu 15: Từ 7 chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 7^4. **B.** P_7. **C.** C_7^4. **D.** A_7^4.

Lời giải

Số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 7 chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ là A_7^4

Câu 16: Cho tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Số tập con gồm hai phần tử của tập hợp M là:

A. 11. **B.** A_5^2. **C.** C_5^2. **D.** P_2.

Lời giải

Mỗi tập con hai phần tử của tập hợp M là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Vậy số tập con hai phần tử của tập hợp M là: C_5^2.

Câu 17: Khai triển $(x + 2y)^5$ thành đa thức ta được kết quả sau

A. $x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$.

B. $x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + 2y^5$.

C. $x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 40xy^4 + 32y^5$.

D. $x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + 2y^5$.

Lời giải

$(x + 2y)^5 = C_5^0x^5 + C_5^1x^4(2y)^1 + C_5^2x^3(2y)^2 + C_5^3x^2(2y)^3 + C_5^4x(2y)^4 + C_5^5(2y)^5$.

$= x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$.

Câu 18: Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất một lần. Xác suất xuất hiện mặt hai chấm là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố xuất hiện mặt hai chấm.

Ta có $n(\Omega)=6$, $n(A)=1$.

Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{6}$.

Câu 19: Một hộp chứa 10 quả cầu gồm 3 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu đỏ, các quả cầu đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{7}{30}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

Lời giải

Gọi biến cố A: "Hai quả cầu được chọn ra cùng màu".

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=10.9=90$.

Chọn hai quả cầu cùng màu xảy ra 2 trường hợp: hoặc 2 quả cùng màu xanh hoặc 2 quả cùng màu đỏ. Khi đó $n(A)=3.2+7.6=48$.

Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{48}{90}=\frac{8}{15}$.

Câu 20: Từ một nhóm gồm 6 học sinh nữ và 4 học sinh nam, chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam bằng

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam" thì $n(A)=C_6^2.C_4^1$.

Xác suất chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam là $P(A)=\frac{C_6^2.C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$.

Câu 21: Tìm tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{x-3}+\sqrt{x-1}$.

A. $D=[1;+\infty)$. **B.** $D=(1;+\infty)\setminus\{3\}$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=[1;+\infty)\setminus\{3\}$.

Lời giải

Điều kiện để hàm số $y=\frac{1}{x-3}+\sqrt{x-1}$ xác định: $\begin{cases}x-3\neq 0\\ x-1\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq x\neq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=[1;+\infty)\setminus\{3\}$.

Câu 22: Cho đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+4$ có đỉnh là điểm $I(1;-2)$. Tính $a+3b$.

A. 20. **B.** -18. **C.** -30. **D.** 25

Lời giải

Do đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+4$ có đỉnh là điểm $I(1;-2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-b}{2a}=1 \\ y(1)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b+4=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=-12 \end{cases} \Rightarrow a+3b=-30.$$

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2-2(m-1)x+4m+8\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m>7 \\ m<-1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 7 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **C.** $-1\le m\le 7$. **D.** $-1<m<7$.

Lời giải

BPT nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1>0 \\ m^2-6m-7\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m\le 7$.

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-3x+1}=4x-1$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình $\sqrt{x^2-3x+1}=4x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1\ge 0 \\ x^2-3x+1=(4x-1)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{4} \\ 15x^2-5x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x=0\,(l) \\ x=\dfrac{1}{3}\,(n) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}.$$

Câu 25: Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $d:4x+2y+1=0$ có phương trình tổng quát là

A. $4x+2y+3=0$. **B.** $2x+y+4=0$. **C.** $x-2y+3=0$. **D.** $2x+y-4=0$.

Lời giải

Vì $\Delta // d:4x+2y+1=0 \Rightarrow \Delta:4x+2y+m=0, (m\ne 1)$.

Mà Δ đi qua $M(1;2)$ nên ta có $4.1+2.2+m=0 \Rightarrow m=-8\,(TM)$.

$\Rightarrow \Delta:4x+2y-8=0 \Leftrightarrow \Delta:2x+y-4=0$.

Câu 26: Hai đường thẳng $d_1:mx+y=m-5, d_2:x+my=9$ cắt nhau khi và chỉ khi

A. $m\ne -1$. **B.** $m\ne 1$. **C.** $m\ne \pm 1$. **D.** $m\ne 2$.

Lời giải

CÁCH 1

-Xét $m=0$ thì $d_1:y=-5$, $d_2:x=9$. Rõ ràng hai đường thẳng này cắt nhau nên $m=0$ thỏa mãn.

-Xét $m\ne 0$ thì $d_1:y=-mx+m-5$ và $d_2:y=-\dfrac{x}{m}+9$

Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhaut $\Leftrightarrow -m\ne -\dfrac{1}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ne 0 \\ m\ne \pm 1 \end{cases}$ (2).

Từ và ta có $m\ne \pm 1$.

CÁCH 2

d_1 và d_2 theo thứ tự nhận các vecto $\vec{n}_1=(m;1)$, $\vec{n}_2=(1;m)$ làm vec tơ pháp tuyến.

d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương $\Leftrightarrow m.m \neq 1.1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2+y^2+6x+y-1=0$. **B.** $x^2+y^2-6x-y-1=0$.

C. $x^2+y^2-6x+y-1=0$. **D.** $x^2+y^2+6x-y-1=0$.

Lời giải

Gọi (C) là phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C với tâm $I(a;b)$

$\Rightarrow (C)$ có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$. Vì đường tròn (C) đi qua qua ba điểm A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a-4b+c=-5 \\ -10a-4b+c=-29 \\ -2a+6b+c=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\dfrac{1}{2} \\ c=-1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-6x+y-1=0$.

Câu 28: Đường tròn (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x-y+7=0$ có phương trình là

A. $(x-7)^2+(y-7)^2=102$. **B.** $(x+7)^2+(y+7)^2=164$.

C. $(x-3)^2+(y-5)^2=25$. **D.** $(x+3)^2+(y+5)^2=25$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính R có phương trình là: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2\,(*)$.

$I \in d \Rightarrow I(a;2a+7)$.

$$AI=\sqrt{(a-1)^2+(2a+4)^2}=\sqrt{5a^2+14a+17}$$

$$BI=\sqrt{(a-3)^2+(2a+6)^2}=\sqrt{5a^2+18a+45}$$

Vì (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ nên

$AI=BI \Leftrightarrow AI^2=BI^2 \Leftrightarrow 5a^2+14a+17=5a^2+18a+45 \Leftrightarrow a=-7$

Suy ra tâm $I(-7;-7)$, bán kính $R^2=AI^2=164$.

Vậy đường tròn (C) có phương trình: $(x+7)^2+(y+7)^2=164$.

Câu 29: Phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $A(0;-4)$ và có một tiêu điểm $F_2(3;0)$ là

A. $\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.

Ta có $\begin{cases} \dfrac{16}{b^2}=1 \\ c=3 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2=16 \\ c^2=9 \\ a^2=25 \end{cases}$.

Vậy elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 30: Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.

A. 36. **B.** 720. **C.** 78. **D.** 72.

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tuỳ ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1=72$ cách.

Câu 31: Có 4 cặp vợ chồng ngồi trên một dãy ghế dài. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho vợ và chồng của mỗi gia đình đều ngồi cạnh nhau.

A. 384. **B.** $8!$. **C.** $4!.4!$. **D.** 48.

Lời giải

-Nhóm mỗi cặp vợ chồng lại với nhau có $2!.2!.2!.2!$ cách

-Sắp xếp 4 cặp vợ chồng lên một dãy ghế dài có $4!$ cách

-Theo quy tắc nhân, ta có $2!.2!.2!.2!.4!=384$.

Câu 32: Ở một Đoàn trường phổ thông có 5 thầy giáo, 4 cô giáo và 8 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn công tác gồm 7 người trong đó có 1 trưởng đoàn là thầy giáo, 1 phó đoàn là cô giáo và đoàn công tác phải có ít nhất 4 học sinh.

A. 6020. **B.** 10920. **C.** 9800. **D.** 10290.

Lời giải

Trường hợp 1: Đoàn có 1 thầy giáo, 1 cô giáo, và 5 học sinh có: $5.4.C_8^5=1120$ cách.

Trường hợp 2: Đoàn có 1 thầy giáo, 2 cô giáo, và 4 học sinh có: $5.A_4^2.C_8^4=4200$ cách.

Trường hợp 3: Đoàn có 2 thầy giáo, 1 cô giáo, và 4 học sinh có: $A_5^2.4.C_8^4=5600$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có: $1120+4200+5600=10920$ cách.

Câu 33: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là một số chia hết cho 5.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=A_6^3=120$.

Gọi A là biến cố: "Số chọn được là một số chia hết cho 5".

Số chia hết cho 5 được lập từ các chữ số trên có dạng $\overline{ab5}$.

Chọn 2 số a,b từ các chữ số $1,2,3,4,6$ là một chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử.

Số cách chọn là $n(A)=A_5^2=20$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$.

Câu 34: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\frac{13}{25}$. **B.** $\frac{12}{25}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{313}{625}$.

Lời giải

Số cách chọn hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên là $C_{25}^2=300\Rightarrow n(\Omega)=300$.

Gọi A là biến cố "Tổng hai số được chọn là một số chẵn''.

Ta có hai trường hợp

Trường hợp 1: Chọn 2 số chẵn khác nhau từ tập 12 số chẵn có $C_{12}^2=66$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 2 số lẻ khác nhau từ tập 13 số lẻ có $C_{13}^2=78$ cách.

Do đó $n(A)=66+78=144$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{144}{300}=\dfrac{12}{25}$.

Câu 35: Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi lao động. Xác suất để trong ba học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ **là:**

A. $\dfrac{15}{22}$. **B.** $\dfrac{7}{44}$. **C.** $\dfrac{35}{44}$. **D.** $\dfrac{37}{44}$.

Lời giải

Số cách chọn ba học sinh bất kì là $n(\Omega)=C_{12}^3=220$

Số cách chọn ba học sinh nam là $C_7^3=35$

Số cách chọn ra ba học sinh mà có ít nhất một học sinh nữ là $C_{12}^3-C_7^3=185$

Xác suất để chọn được ba học sinh có ít nhất một học sinh nữ là $P=\dfrac{185}{220}=\dfrac{37}{44}$

II. TỰ LUẬN (04 câu – 3,0 điểm)

Câu 36: Có 8 người cùng vào thang máy ở tầng 1 của một tòa nhà cao 10 tầng và đi lên trên. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để trong 8 người đó có đúng 2 người cùng ra ở 1 tầng và mỗi người còn lại ra ở mỗi tầng khác nhau.

Lời giải

Chọn 2 người trong 8 người có: $C_8^2=28$ cách.

Chọn 1 tầng trong 9 tầng để cho 2 người đó cùng ra có: 9 cách.

Chọn 6 tầng trong 8 tầng còn lại cho 6 người còn lại có: $A_8^6=20160$ cách.

Vậy theo quy tắc nhân có: $28.9.20160=5080320$ cách.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của Elip (E) có một tiêu điểm là $F_1(-2;0)$ và đi qua điểm $M(2;3)$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\ (a>b>0)$.

Vì Elip có một tiêu điểm là $F_1(-2;0)$ nên $c=2$

$\Rightarrow a^2-b^2=c^2=4\Rightarrow a^2=b^2+4$.

Mặt khác Elip đi qua điểm $M(2;3)$ nên $\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{9}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{4}{b^2+4}+\dfrac{9}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{4b^2+9b^2+36}{b^2(b^2+4)}=1$

$$\Leftrightarrow b^4-9b^2-36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b^2=12\,(n)\\ b^2=-3\,(l)\end{array}\right..$$

$a^2=b^2+4=12+4=16$.

Vậy phương trình chính tắc của elip (E) cần tìm là: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$.

Câu 38: Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ tập $E=\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác xuất để số được chọn là một số chẵn bằng

Lời giải

Gọi A là biến cố "số được chọn là một số chẵn"

Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $A_5^4=120$

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{120}^1=120$

Số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau $2A_4^3=48$

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A)=C_{48}^1=48$

Vậy xác xuất để số được chọn là một số chẵn là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

Câu 39: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng đi qua $A(-1;2)$ và cách $B(3;5)$ một khoảng bằng 3

Lời giải

Gọi phương trình đường thẳng Δ là $ax+by+c=0$. Điều kiện: $a^2+b^2\neq 0$.

$A(-1;2)\in\Delta\Leftrightarrow -a+2b+c=0\Leftrightarrow c=a-2b$ (1)

$\mathrm{d}(B;\Delta)=3\Leftrightarrow |3a+5b+c|=3\sqrt{a^2+b^2}$ (2)

Thay (1) vào (2), ta có: $\mathrm{d}(B;\Delta)=3\Leftrightarrow |4a+3b|=3\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow 7a^2+24ab=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 7a+24b=0 \end{array}\right.$

. Với $a=0$: Chọn $b=1\Rightarrow c=-2\Rightarrow \Delta: y-2=0$.

. Với $7a+24b=0$: Chọn $b=-7\Rightarrow a=24$, $c=37\Rightarrow \Delta: 24x-7y+37=0$.

Vậy $\Delta_1: y-2=0$ và $\Delta_2: 24x-7y+37=0$.

---------- **HẾT** ----------