Họ và tên thí sinh:…………………………SBD:…………………... **Mã đề thi 121**

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3\sqrt{x}-\dfrac{1}{x^2}$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\sqrt{x^3}+\dfrac{1}{x}+C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}\sqrt{x^3}-\dfrac{1}{x}+C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3\sqrt{x^3}+\dfrac{1}{x}+C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3\sqrt{x^3}-\dfrac{1}{x}+C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(3\sqrt{x}-\dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\int 3\sqrt{x}\mathrm{d}x+\int\dfrac{-1}{x^2}\mathrm{d}x=3\int\sqrt{x}\mathrm{d}x+\dfrac{1}{x}$.

Đặt $\sqrt{x}=t\Rightarrow 3\int\sqrt{x}\mathrm{d}x=3\int t\mathrm{d}\left(t^2\right)=\int 6t^2\mathrm{d}t=2t^3+C=2\sqrt{x^3}+C$.

Do đó $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\sqrt{x^3}+\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\left(\sin x+\cos x\right)^2}$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\tan\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\tan\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\tan\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{\left(\sin x+\cos x\right)^2}\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{2\cos^2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)}\mathrm{d}\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2}\tan\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+C$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{-2\cos x}.\sin x$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\mathrm{e}^{-2\cos x}.\sin x\mathrm{d}x$.

Đặt $t=-2\cos x\quad z=2+2i\quad \mathrm{d}t=2\sin x\mathrm{d}x\ \Rightarrow\ \sin x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Suy ra $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\mathrm{e}^{-2\cos x}.\sin x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\mathrm{e}^t\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^t+C=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2\cos x}+C$.

Câu 4. Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{4x+2}{x^2+x+1}$ và $F\left(-2\right)=\ln 81$. Tính $F\left(2\right)$.

A. $F\left(2\right)=\ln 9$.
B. $F\left(2\right)=2\ln 7-\ln 9$.

C. $F(2)=\ln 7-\ln 9$. **D.** $F(2)=2(\ln 7+\ln 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $F(x)=\int \frac{4x+2}{x^2+x+1}\mathrm{d}x=2\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}\mathrm{d}x=2\int \frac{(x^2+x+1)'}{x^2+x+1}\mathrm{d}x=2\ln\left|x^2+x+1\right|+C$.

Mà $F(-2)=\ln 81$ nên $2\ln 3+C=\ln 81 \Leftrightarrow C=2\ln 3$. Do đó $F(x)=2\ln\left|x^2+x+1\right|+2\ln 3$.

Suy ra $F(2)=2\ln 7+2\ln 3=2(\ln 7+\ln 3)$.

Câu 5. Tìm hằng số a để hàm số $f(x)=\frac{1}{x+\sqrt{x}}$ có một nguyên hàm là $F(x)=a\ln\left(\sqrt{x}+1\right)+5$.

A. $a=2$. **B.** $a=3$. **C.** $a=1$. **D.** $a=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $F'(x)=\left(a\ln\left(\sqrt{x}+1\right)+5\right)'=\frac{a}{2\left(x+\sqrt{x}\right)}=f(x)$.

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $\frac{a}{2\left(x+\sqrt{x}\right)}=\frac{1}{x+\sqrt{x}}$ với $\forall x>0$ suy ra $a=2$.

Câu 6. Biết $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=5$; $\int_0^5 f(t)\mathrm{d}t=7$. Tính $I=\int_4^5 f(z)\mathrm{d}z$.

A. $I=2$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=6$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x+\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_4^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow \int_4^5 f(z)\mathrm{d}z=\int_0^5 f(t)\mathrm{d}t-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_4^5 f(z)\mathrm{d}z=7-5=2$.

Câu 7. Cho $\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ và $u=x^2-1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**.

A. $I=\int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **B.** $I=\frac{2}{3}\sqrt{27}$. **C.** $\int_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **D.** $I=\frac{2}{3}3^{\frac{3}{2}}$

Lời giải

Chọn C.

Đặt $u=x^2-1 \Rightarrow \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow u=0 \\ x=2 \Rightarrow u=3 \end{cases}$.

Khi đó: $I=\int_1^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. Do đó đáp án C sai.

Câu 8. Cho tích phân $I=\int_0^1 x(1-x)^5\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=-\int_{-1}^{0}t^5(1-t)\,\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_{0}^{1}t^5(1-t)\,\mathrm{d}t$. **C.** $I=-\int_{1}^{0}(t^6-t^5)\,\mathrm{d}t$. **D.** $I=-\int_{-1}^{0}(t^6-t^5)\,\mathrm{d}t$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $1-x=t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$, khi đó $I=\int_{0}^{1}x(1-x)^5\,\mathrm{d}x=-\int_{1}^{0}t^5(1-t)\,\mathrm{d}t=\int_{0}^{1}t^5(1-t)\,\mathrm{d}t$.

Câu 9. Tìm số thực $a<0$ thoả mãn $\int_{1}^{a}(x^3-6x)\,\mathrm{d}x=\frac{875}{4}$.

A. $a=-4$. **B.** $a=-5$. **C.** $a=-6$. **D.** $a=-3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int_{1}^{a}(x^3-6x)\,\mathrm{d}x=\frac{875}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{x^4}{4}-3x^2\right)\Big|_1^a=\frac{875}{4}\Leftrightarrow\frac{a^4}{4}-3a^2-\left(\frac{1}{4}-3\right)=\frac{875}{4}$$

$$\Leftrightarrow a^4-12a^2-864=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2=36\\a^2=-24\end{array}\right.\Rightarrow a=-6$$

Câu 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+1$ và đường thẳng $y=x+3$.

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{13}{3}$. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và đường thẳng là:

$$x^2+1=x+3\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right..$$

Tức là hình phẳng được giới hạn bởi: $\begin{cases}y=x^2+1\\y=x+3\\x=2\\x=-1\end{cases}$.

Do đó ta có diện tích phải tìm:

$$S=\int_{-1}^{2}\left|x^2-x-2\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{-1}^{2}(x^2-x-2)\,\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x\right)\right|_{-1}^{2}=\frac{9}{2}\ (\text{đvdt}).$$

Câu 11. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, $y=6-x$ và trục hoành.

A. $\frac{22}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{23}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$y=\sqrt{x}\Leftrightarrow x=y^2$.

$y=6-x\Leftrightarrow x=6-y$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $y^2=6-y\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=2\\y=-3\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S=\int_0^2\left|y^2+y-6\right|\mathrm{d}y=\left|\int_0^2\left(y^2+y-6\right)\mathrm{d}y\right|=\left|\left(\frac{y^3}{3}+\frac{y^2}{2}-6y\right)\Big|_0^2\right|=\frac{22}{3}\ (\text{đvdt}).$$

Câu 12. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x}}$; $y=0$; $x=2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V=\frac{\pi(2\mathrm{e}-1)}{2\mathrm{e}}$. **B.** $V=\frac{\pi(2\mathrm{e}-3)}{2\mathrm{e}}$. **C.** $V=\frac{\pi(\mathrm{e}-1)}{2\mathrm{e}}$. **D.** $V=\frac{\pi(\mathrm{e}-3)}{2\mathrm{e}}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phương trình $\sqrt{(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x}}=0\Leftrightarrow x=1$.

Vậy $V=\pi\int_1^2(x-1)\mathrm{e}^{x^2-2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\pi\int_1^2\mathrm{e}^{x^2-2x}\mathrm{d}\left(x^2-2x\right)=\frac{1}{2}\pi\left(e^0-e^{-1}\right)=\frac{\pi(\mathrm{e}-1)}{2\mathrm{e}}$.

Câu 13. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=a$ quay xung quanh trục Ox.

A. $\left(\frac{1}{a}-1\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{a}-1\right)\pi$. **C.** $\left(1-\frac{1}{a}\right)\pi$. **D.** $\left(\frac{1}{a}-1\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phương trình $\frac{1}{x}=0$ vô nghiệm.

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tìm là: $V=\pi\int_1^a\left(\frac{1}{x}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{-\pi}{x}\Big|_1^a=\left(1-\frac{1}{a}\right)\pi$.

Câu 14. Cho số phức $z=5-7i$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$. **B.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng -7.
C. Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7. **D.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$.

Lời giải

Chọn B.

Số phức $a+bi$ có phần thực bằng a, phần ảo bằng b.

Câu 15. Cho i là đơn vị ảo, n là sô nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $i^n+i^{n+1}=0$. **B.** $i^n+i^{n+2}=0$. **C.** $i^n-i^{n+2}=0$. **D.** $i^n-i^{n+1}=0$.

Lời giải

Chọn B.

$i^n+i^{n+2}=i^n\left(1+i^2\right)=i^n.0=0$.

Câu 16. Tìm các số thực x và y thỏa mãn $(2x+1)+(3y-2)i=(x+2)+(y+4)i$.

A. $\begin{cases}x=1\\y=-3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $(2x+1)+(3y-2)i=(x+2)+(y+4)i\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1=x+2\\3y-2=y+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$.

Vậy các số thực x và y thỏa mãn là: $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$.

Câu 17. Trong các kết luận sau, kết luận nào **sai**?

A. Với mọi số phức z, phần thực của z không lớn hơn môđun của z.

B. Với mọi số phức z, phần ảo của z không lớn hơn môđun của z.

C. Với mọi số phức z, môđun của z và môđun của $\overline{z}$ luôn bằng nhau.

D. Với mọi số phức z, z luôn khác $\overline{z}$.

Lời giải

Chọn D.

Trường hợp z là một số thực thì **D** sai.

Câu 18. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\forall z\in\mathbb{C}$, $z-\overline{z}$ luôn là số thực.

B. $\forall z\in\mathbb{C}$, $\dfrac{\overline{z}}{z}$ luôn là số thực.

C. $\forall z\in\mathbb{C}$, $z+\overline{z}$ là số thuần ảo.

D. $\forall z\in\mathbb{C}$, $z.\overline{z}$ luôn là số thực không âm.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow \overline{z}=a-bi$. Khi đó $z.\overline{z}=|z|^2=a^2+b^2\geq 0$.

Câu 19. Cho hai số phức $z=a+bi\,(a\in\mathbb{R})$ và $z'=5-i$. Tìm điều kiện của a để $z.z'$ là một số thực.

A. $a\neq -\dfrac{2}{5}$.

B. $a=-\dfrac{2}{5}$.

C. $a=10$.

D. $a\neq 10$.

Lời giải

Chọn C.

$z.z'=(a+2i)(5-i)=(5a+2)+(10-a)i$. Để $z.z'$ là số thực thì $10-a=0\Leftrightarrow a=10$.

Câu 20. Cho hai số phức $z=a+bi$ và $z'=a'+b'i$ $(a,b,a',b'\in\mathbb{R})$, $z'\neq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{(a+bi)(a'-b'i)}{a^2+b^2}$.

B. $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{(a+bi)(a-bi)}{a'^2+b'^2}$.

C. $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{(a+bi)(a'+b'i)}{a'^2+b'^2}$.

D. $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{(a+bi)(a'-b'i)}{a'^2+b'^2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\dfrac{z}{z'}=\dfrac{a+bi}{a'+b'i}=\dfrac{(a+bi)(a'-b'i)}{(a'+b'i)(a'-b'i)}=\dfrac{(a+bi)(a'-b'i)}{a'^2+b'^2}$.

Câu 21. Biết rằng nghịch đảo của số phức $z\neq 0$ bằng số phức liên hợp của z. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $z\in\mathbb{R}$.

B. $|z|=1$.

C. z là một số thuần ảo.

D. $|z|=-1$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $z=a+bi$ $\left(a,b\in\mathbb{R};a^2+b^2\neq 0\right)$.

Theo đầu bài $\dfrac{1}{z}=\overline{z}\Leftrightarrow \dfrac{1}{a+bi}=a-bi\Leftrightarrow a^2+b^2=1$.

Ta có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=1$.

Câu 22. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Tìm phần ảo của số phức z^2.

A. a^2-b^2. **B.** a^2+b^2. **C.** $2ab$. **D.** $-2ab$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$. Suy ra phần ảo của số phức z^2 là $2ab$.

Câu 23. Tìm nghiệm phức z của phương trình $2z-3\bar{z}=-1-10i$.

A. $z=1+2i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=-1-2i$. **D.** $z=-1+2i$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ $\Rightarrow \bar{z}=x-yi$. Thế vào phương trình $2z-3\bar{z}=-1-10i$ ta được:

$2(x+yi)-3(x-yi)=-1-10i \Leftrightarrow -x+5yi=-1-10i \Leftrightarrow \begin{cases}-x=-1\\5y=-10\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$. Vậy $z=1-2i$.

Câu 24. Cho a, b, $c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$, $b^2-4ac<0$. Tìm số nghiệm phức của phương trình $az^2+bz+c=0$ (với ẩn là z).

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\Delta=b^2-4ac<0$, khi đó xét trong tập số phức thì phương trình $az^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phân biệt là: $z_{1,2}=\dfrac{-b\pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

Câu 25. Tìm tập hợp T gồm các số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

A. $T=\{-1-i;\,1-i;\,-1+i;\,1+i\}$. **B.** $T=\{1-i;1+i\}$.

C. $T=\{-1+i\}$. **D.** $T=\{-1-i\}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $z=a+bi$ với a, $b\in R$. Khi đó $|z|=\sqrt{2}\Leftrightarrow a^2+b^2=2$ và $z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$ là số thuần ảo suy ra phần thực bằng 0 hay $a^2-b^2=0$.

Suy ra ta có hệ phương trình $\begin{cases}a^2+b^2=2\\a^2-b^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a^2=2\\a^2-b^2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=1\\b^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\pm1\\b=\pm1\end{cases}$.

Vậy có 4 số phức cần tìm là $z_1=1+i$, $z_2=1-i$, $z_3=-1+i$, $z_4=-1-i$.

Câu 26. Cho hai số phức $z=3+2i$ và $z'=a+(a^2-11)i$. Tìm tất cả các giá trị thực của a để $z+z'$ là một số thực.

A. $a=-3$. **B.** $a=3$. **C.** $a=3$ hoặc $a=-3$. **D.** $a=\sqrt{13}$ hoặc $a=\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z+z'=a+3+(a^2-9)i$. Để $z+z'$ là một số thực thì $a^2-9=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=3\\a=-3\end{array}\right.$.

Câu 27. Kí hiệu n là số các giá trị của tham số thực a sao cho phương trình $z^2+3z+a=0$ (có ẩn là z) có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2+z_2^2=-5$. Tìm n.

A. $n=0$. **B.** $n=1$. **C.** $n=2$. **D.** $n=3$.

Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình $z^2+az+3=0$. Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} z_1+z_2=-a \\ z_1z_2=3 \end{cases}$. (1)

Theo đề bài ta có $z_1^2+z_2^2=-5 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2-2z_1z_2=-5$. (2)

Thay (1) vào (2) ta có $(-a)^2-2.3=-5 \Leftrightarrow a^2=1 \Leftrightarrow a=\pm 1$.

Vậy $n=2$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm bán kính R của mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz)?

A. $R=1$. **B.** $R=2$. **C.** $R=3$. **D.** $R=\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) có bán kính:

$R=d(I,(Oyz))=1$

Câu 29. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, biết $|\vec{u}|=2$, $|\vec{v}|=1$ và góc giữa hai véc tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng $\frac{2\pi}{3}$. Tìm k để véc tơ $\vec{p}=k.\vec{u}+\vec{v}$ vuông góc với véc tơ $\vec{q}=\vec{u}-\vec{v}$.

A. $k=\frac{2}{5}$. **B.** $k=\frac{5}{2}$. **C.** $k=2$. **D.** $k=-\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{u}.\vec{v}=|\vec{u}|.|\vec{v}|.\cos(\vec{u},\vec{v})=2.1.\cos\frac{2\pi}{3}=-1$.

$\vec{p}\perp\vec{q} \Leftrightarrow \vec{p}.\vec{q}=0 \Leftrightarrow (k.\vec{u}+\vec{v}).(\vec{u}-\vec{v})=0 \Leftrightarrow k.\vec{u}^2+(1-k)\vec{u}.\vec{v}-\vec{v}^2=0$.

$\Leftrightarrow 4k-(1-k)-1=0 \Leftrightarrow k=\frac{2}{5}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-5x+y-3=0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-5;1;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(5;-1;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-5;0;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(5;1;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $(P):-5x+y-3=0 \Leftrightarrow -5x+y+0z-3=0$ có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(-5;1;0)$.

Vậy $\overrightarrow{n_2}=(5;-1;0)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d.

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;3;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;3;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{u}=(2;3;-2)$ là một véc tơ chỉ phương của d.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(-1;-2;0)$ và $B(5;0;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm B.

A. $(P):3x-y+z+17=0$. **B.** $(P):6x-2y+z=0$.

C. $(P):3x+y+z+5=0$. **D.** $(P):3x+y+z-17=0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(6;2;2)$ hay $\overrightarrow{n_1}=(3;1;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $B(5;0;2)$ nên có phương trình: $3(x-2)+(y-0)+(z-2)=0$ hay $(P):3x+y+z-17=0$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=4+2t\\z=1\end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm M của mặt phẳng (α) và đường thẳng d.

A. $M(5;-2;1)$. **B.** $M(5;2;1)$. **C.** $M(1;6;1)$. **D.** $M(0;-2;1)$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=2-t & (1)\\y=4+2t & (2)\\z=1 & (3)\\y+2z=0 & (4)\end{cases}$

Lấy (1), (2), (3) thế vào phương trình (4), ta có: $4+2t+2=0 \Leftrightarrow t=-3$.

$\Rightarrow \begin{cases}x=5\\y=-2\\x=1\end{cases}$.

Vậy $M(5;-2;1)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x+by+4z-3=0$ và $(Q):ax+3y-2z+1=0$, $(a,b\in\mathbb{R})$. Với giá trị nào của a và b thì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau.

A. $a=1$; $b=-6$. **B.** $a=-1$; $b=-6$. **C.** $a=-\frac{3}{2}$; $b=9$. **D.** $a=-1$; $b=6$.

Lời giải

Chọn B.

Hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau $\Leftrightarrow \frac{2}{a}=\frac{b}{3}=\frac{4}{-2}\neq\frac{-3}{1} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\b=-6\end{cases}$.

Câu 35. Cho phương trình có chứa tham số m: $x^2+y^2+z^2-2mx-4y+2z+m^2+3m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu?

A. $\forall m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > \frac{5}{3}$. **C.** $m \neq \frac{5}{3}$. **D.** $m < \frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} a = m \\ b = 2 \\ c = -1 \\ d = m^2 + 3m \end{cases}$.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 4y + 2z + m^2 + 3m = 0$ là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4 + 1 - \left(m^2 + 3m\right) > 0 \Leftrightarrow -3m + 5 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{3}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{5} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-4}{1}$. Hỏi đường thẳng d song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng có phương trình dưới đây?

A. $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$. **B.** $(\beta): x + y - 2z + 9 = 0$.

C. $(\gamma): 5x - 3y + z - 2 = 0$. **D.** $(\delta): 5x - 3y + z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (5; -3; 1)$ và $M(0;\ -1;\ 4)$ thuộc d.

Vectơ pháp tuyến của (γ) là $\vec{n} = (5; -3; 1)$.

Ta có: $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{n}$;

Ta thế tọa độ của M vào mặt phẳng (γ): $5.0 - 3(-1) + 4 - 2 \neq 0$ nên $M \notin (\gamma)$.

Vậy $d \,//\, (\gamma)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Oz và đi qua điểm $Q(2; -3; 1)$.

A. $(\alpha): x - 2z = 0$. **B.** $(\alpha): y + 3z = 0$. **C.** $(\alpha): 3x + 2y = 0$. **D.** $(\alpha): 2x + y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng (α) chứa trục Oz và đi qua điểm $Q(2; -3; 1)$ nên (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\vec{k}, \overrightarrow{OQ}\right] = (3; 2; 0)$.

Vậy $(\alpha): 3x + 2y = 0$.

Cách trắc nghiệm: Mặt phẳng chứa trục Oz có dạng $Ax + By = 0$ nên chỉ có đáp án C thỏa.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu B' của điểm $B(5; 3; -2)$ trên đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{1}$.

A. $B'(1; 3; 0)$. **B.** $B'(5; 1; 2)$. **C.** $B'(3; 2; 1)$. **D.** $B'(9; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $B'(1 + 2t; 3 - t; t)$ nên $\overrightarrow{BB'}(2t - 4; -t; t + 2)$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;-1;1)$.

Ta có: $\vec{u}.\overrightarrow{BB'}=0 \Leftrightarrow 2(2t-4)+t+t+2=0 \Leftrightarrow t=1$. Vậy $B'(3;2;1)$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$ và $D(-2;1;-1)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

A. $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=4$. **B.** $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=3$.

C. $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=1$. **D.** $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi (S) là mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(0;-1;1)$, $\overrightarrow{BD}=(-2;0;-1)$.

$\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(1;-2;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) đi qua điểm $B(0;1;0)$ và nhận vectơ $\vec{n}=(1;-2;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (BCD) là: $(x-0)-2(y-1)-2(z-0)=0 \Leftrightarrow x-2y-2z+2=0$.

Bán kính của mặt cầu (S) là: $R=d\left(A,(BCD)\right)=\frac{|1-2.0-2.0+2|}{\sqrt{1+(-2)^2+(-2)^2}}=1$.

Vậy phương trình của mặt cầu (S) là: $(x-1)^2+y^2+z^2=1$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y+z+3=0$. Gọi M, N lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục Ox, Oz. Tính diện tích tam giác OMN.

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M=(P)\cap Ox$, suy ra tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x-3y+z+3=0\\ y=0\\ z=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\frac{3}{2}\\ y=0\\ z=0\end{cases}$.

Suy ra: $M\left(-\frac{3}{2};0;0\right) \Rightarrow OM=\frac{3}{2}$.

Gọi $N=(P)\cap Oz$, suy ra tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x-3y+z+3=0\\ x=0\\ y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=-3\end{cases}$.

Suy ra: $M(0;0;-3) \Rightarrow ON=3$.

Tam giác OMN vuông tại O nên diện tích tam giác OMN là: $S_{OMN}=\frac{1}{2}OM.ON=\frac{9}{4}$.

Câu 41. Trên mặt phẳng tọa độ, các điểm A, B, C theo thứ tự biểu diễn các số phức $2+3i$, $|z|=\sqrt{2}$, $1+2i$. Trong tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z. Tìm z.

A. $z=1+i$. **B.** $z=2+2i$. **C.** $z=2-2i$. **D.** $z=1-i$.

Lời giải

Chọn B.

Các điểm A, B, C theo thứ tự biểu diễn các số phức $2+3i$, $|z|=\sqrt{2}$, $1+2i$

$\Rightarrow A(2;3)$, $B(3;1)$, $C(1;2)$.

Gọi trọng tâm $G(x_G;y_G) \Rightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{1}{3}(x_A+x_B+x_C)=2 \\ y_G = \dfrac{1}{3}(y_A+y_B+y_C)=2 \end{cases} \Leftrightarrow G(2;2)$.

Vậy $G(2;2)$ biểu diễn số phức $z=2+2i$.

Câu 42. Cho hai số phức z, w thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $\left|\dfrac{(1+i)z}{1-i}+2\right|=1$ và $w=iz$. Giá trị lớn nhất của $M=|z-w|$.

A. $M=3\sqrt{3}$. **B.** $M=3$. **C.** $M=3\sqrt{2}$. **D.** $M=2\sqrt{3}$.

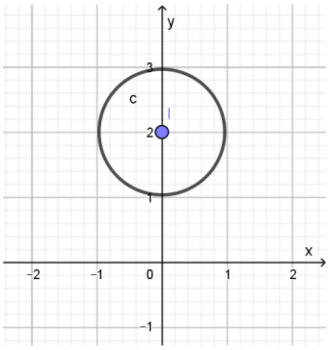
Lời giải

Chọn C.

Giả sử $z=x+iy$ $(x,y\in R)$ có điểm biểu diễn $A(x;y)$.

Ta có: $\left|\dfrac{(1+i)z}{1-i}+2\right|=1 \Leftrightarrow \left|\dfrac{2iz}{2}+2\right|=1 \Leftrightarrow |2-y+xi|=1 \Leftrightarrow (y-2)^2+x^2=1$.

Suy ra, z có điểm biểu diễn nằm trên đường tròn có phương trình: $(y-2)^2+x^2=1$.



Ta có: $M=|z-w|=|z-iz|=\sqrt{2}.|z|$.

Do đó, $\max M=3\sqrt{2} \Leftrightarrow A(0;3)$

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;0;2)$ cắt d_1 và vuông góc với d_2.

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{4}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+2}{-4}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-5}{-2}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-2}{4}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình tham số của d_1 là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Vì đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;0;2)$ và vuông góc với d_2 nên Δ nằm trên mặt thẳng (P) là mặt phẳng qua $A(1;0;2)$ và vuông góc với đường thẳng d_2.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-1) + 2y + 2(z-2) = 0$ hay $x + 2y + 2z - 5 = 0$.

Để Δ cắt d_1 thì Δ phải đi qua giao điểm của d_1 và mặt phẳng (P).

Gọi B là giao điểm của d_1 và mặt phẳng (P). Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z - 5 = 0 \\ x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = -t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ x = 3 \\ y = 3 \\ z = -2 \end{cases}$$

Tọa độ điểm B là $B(3;3;-2)$.

Đường thẳng Δ là đường thẳng qua A và B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;3;-4)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\Delta : \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+2}{-4}$

Câu 44. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z-i}{z+i}\right| = 1$.

A. Trục hoành. **B.** Trục tung. **C.** Đường thẳng $y = x$. **D.** Đường thẳng $y = -x$.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Theo đầu bài $\left|\dfrac{z-i}{z+i}\right| = 1 \Leftrightarrow |z-i| = |z+i| \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = |x + (y+1)i|$

$\Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = x^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow y = 0$ (trục hoành).

Câu 45. Một xe lửa chuyển động chậm dần đều và dừng lại hẳn sau $20\,\text{s}$ kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Trong thời gian đó xe chạy được $120\,\text{m}$. Cho biết công thức tính vận tốc của chuyển động biến đổi đều là $v = v_0 + at$; trong đó $a\,(\text{m/s}^2)$ là gia tốc, $v\,(\text{m/s})$ là vận tốc tại thời điểm $t\,(\text{s})$. Hãy tính vận tốc v_0 của xe lửa lúc bắt đầu hãm phanh.

A. $30\,\text{m/s}$. **B.** $12\,\text{m/s}$. **C.** $6\,\text{m/s}$. **D.** $45\,\text{m/s}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo giải thiết ta có $\int\limits_0^{20} (v_0 + at)\,\text{d}t = 120 \Leftrightarrow \left(v_0 t + \dfrac{at^2}{2}\right)\Bigg|_0^{20} = 120 \Rightarrow v_0 = 6\,\text{m/s}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ là hàm có đạo hàm trên $[1;4]$ biết $\int\limits_1^4 f(x)\,\text{d}x = 20$ và $f(4) = 16$; $f(1) = 7$.

Tính $I = \int\limits_1^4 x.f'(x)\,\text{d}x$.

A. $I = 37$. **B.** $I = 47$. **C.** $I = 57$. **D.** $I = 67$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int\limits_1^4 x.f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^4 x.\mathrm{d}\left(f(x)\right)=\left(xf(x)\right)\Big|_1^4-\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=4f(4)-f(1)-20=37$.

Câu 47. Cho $\int\limits_2^5 \ln\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 2+c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S=a+2b-c$.

A. $S=23$. **B.** $S=20$. **C.** $S=17$. **D.** $S=11$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $\begin{cases}u=\ln\left(x^2-x\right)\\ \mathrm{d}v=\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{2x-1}{x^2-x}\mathrm{d}x\\ v=x\end{cases}$.

Khi đó $\int\limits_2^5 \ln\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x=x\ln\left(x^2-x\right)\Big|_2^5-\int\limits_x^5\dfrac{2x-1}{x-1}\mathrm{d}x=5\ln 20-2\ln 2-\int\limits_2^5\left(2+\dfrac{1}{x-1}\right)\mathrm{d}x$

$=5\ln 5+8\ln 2-\left(2x+\ln|x-1|\right)\Big|_2^5=5\ln 5+8\ln 2-\left[\left(10+2\ln 2\right)-4\right]=5\ln 5+6\ln 2-6$.

Vậy $a=5$, $b=6$ và $c=-6$. Khi đó $S=5+2.6-(-6)=23$.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+m=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

A. $m\in\{4;16\}$. **B.** $m\in\{1;4\}$. **C.** $m\in\{3;6\}$. **D.** $m\in\{1;3\}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(-2;3;0)$ và bán kính là $R=\sqrt{13}$.

Ta có: $h=d_{(I;(P))}=\dfrac{|2.(-2)-2.3+m|}{\sqrt{2^2+2^2+1}}=\dfrac{|m-10|}{3}$.

Bán kính đường tròn giao tuyến là r thì

$r^2=R^2-h^2\Leftrightarrow 3^2=13-\left(\dfrac{m-10}{3}\right)^2\Leftrightarrow(m-10)^2=36\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=16\\ m=4\end{array}\right.$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m\in\{4;16\}$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-2y-z+5=0$ và đường thẳng Δ : $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và song song với (P). Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $\dfrac{9}{\sqrt{14}}$. **B.** $\dfrac{9}{14}$. **C.** $\dfrac{3}{14}$. **D.** $\dfrac{3}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Chọn A.

Chọn điểm $A(1;7;3)$ thuộc đường thẳng Δ.

Do $\Delta\subset(Q)$ và $(P)//(Q)$ nên $d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|3.1-2.7-3+5|}{\sqrt{3^2+2^2+1}}=\dfrac{9}{\sqrt{14}}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;1;1)$, $N(4;3;4)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-9}{1}$. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác IMN nhỏ nhất. Tính $T = a+b+c$.

A. $T = \frac{23}{3}$. **B.** $T = 29$. **C.** $T = 19$. **D.** $T = \frac{40}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Do $I \in \Delta \Rightarrow I(7+t;3-2t;9+t)$.

Chu vi tam giác IMN bằng $IM + IN + MN$. Do MN không đổi nên chu vi tam giác IMN nhỏ nhất khi và chỉ khi $IM + IN$ nhỏ nhất.

$$IM + IN = \sqrt{(t+4)^2 + (2-2t)^2 + (t+8)^2} + \sqrt{(t+3)^2 + (2t)^2 + (t+5)^2}$$

$$= \sqrt{6t^2 + 16t + 84} + \sqrt{6t^2 + 16t + 34}$$

$$= \sqrt{6\left(t+\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{220}{3}} + \sqrt{6\left(t+\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{70}{3}} \geq \sqrt{\frac{220}{3}} + \sqrt{\frac{70}{3}}$$

Vậy chu vi tam giác IMN nhỏ nhất khi $t = -\frac{4}{3}$, khi đó tọa độ điểm $I\left(\frac{17}{3};\frac{17}{3};\frac{23}{3}\right)$ nên $T = a+b+c = 19$.

----------**HẾT**----------