

ĐÁP ÁN:

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx.$

B. $\int 2f(x)dx = 2 + \int f(x)dx.$

C. $\int 2f(x)dx = \int f(x)dx.$

D. $\int 2f(x)dx = \frac{1}{2}\int f(x)dx.$

Câu 2. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \cos x dx = -\cos x + C.$

D. $\int \cos x dx = \frac{1}{2}\cos^2 x + C.$

Câu 3. Biết $\int_2^3 f(x)dx = 5$. Giá trị của $\int_2^3 5f(x)dx$ bằng

A. 25.

B. 10.

C. 15.

D. 5.

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a).$

D. $\int_a^b f(x)dx = -F(b) - F(a).$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và 2 đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S = \int_a^b f(x)dx.$

B. $S = -\int_a^b f(x)dx.$

C. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $S = \pi \int_a^b f(x)dx.$

Câu 6. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 2x^2, x = 0, x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S = \int_0^1 |2x^2 - x| dx.$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - x) dx.$

C. $S = \int_0^1 (x - 2x^2) dx.$

D. $S = \int_0^1 |2x^2 + x| dx.$

Câu 7. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quay quanh trục Ox , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx.$

B. $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx.$

C. $V = \int_1^3 f(x) dx.$

D. $V = \pi \int_1^3 f(x) dx.$

Câu 8. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. -3.

B. $-3i.$

C. 2.

D. 3.

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 5i$ là

A. $\bar{z} = 2 + 5i.$

B. $\bar{z} = 5i.$

C. $\bar{z} = -5i.$

D. $\bar{z} = 5 - 2i.$

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -4 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $-3 - 2i.$

B. $5 - 4i.$

C. $-5 + 4i.$

D. $-3 + 2i.$

Câu 11. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = -2 + 3i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A.** $4 - 2i$. **B.** $4i$. **C.** $-4 + 2i$. **D.** $-2i$.

Câu 12. Môđun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

- A.** 5. **B.** 25. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A.** $M(2; -3)$. **B.** $N(-3; 2)$. **C.** $P(2; 3)$. **D.** $Q(-3; -2)$.

Câu 14. Số phức nào dưới đây là nghiệm của phương trình $z^2 + 1 = 0$?

- A.** $z = i$. **B.** $z = -1$. **C.** $z = 1 + i$. **D.** $z = 1 - i$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A.** $(2; 3; -1)$. **B.** $(3; 2; -1)$. **C.** $(-1; 2; 3)$. **D.** $(2; -1; 3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y - 5z + 1 = 0$?

- A.** $\vec{n}_1 = (2; -1; -5)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; 1; -5)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2; 1; 5)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; -1; 5)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$?

- A.** $M_1(1; 2; 0)$. **B.** $M_2(1; 2; 1)$. **C.** $M_3(1; 3; 0)$. **D.** $M_4(-1; 2; 0)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 1; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$?

- A.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

- A.** $\vec{u}_1 = (-1; 3; 1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1; 2; -1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1; 3; -1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$?

- A.** $M_1(3; 1; -1)$. **B.** $M_2(2; -3; 1)$. **C.** $M_3(1; 3; -1)$. **D.** $M_4(-3; -1; 1)$.

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

- A.** $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $\frac{1}{2}\cos 2x + C$ **C.** $-\cos 2x + C$. **D.** $\cos 2x + C$.

Câu 22. Giá trị của $\int_0^1 e^{-x} dx$ bằng bao nhiêu ?

- A.** $\frac{e-1}{e}$. **B.** $\frac{1-e}{e}$. **C.** $e-1$. **D.** $\frac{1}{e}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} , thỏa mãn $\int_0^3 f(x) dx = 6$ và $\int_3^{10} f(x) dx = 3$. Giá trị của

$$\int_0^{10} f(x) dx \text{ bằng bao nhiêu ?}$$

A. 9.

B. 18.

C. 3.

D. 30.

Câu 24. Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Giá trị $\int_{-1}^2 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng bao nhiêu ?

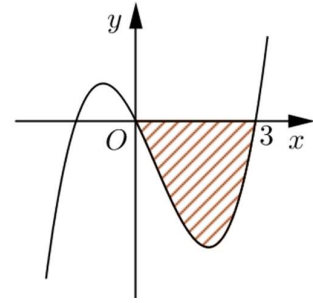
A. 1.

B. 7.

C. 5.

D. 4.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Diện tích hình phẳng gạch chéo được tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = -\int_0^3 f(x)dx.$

B. $S = \int_0^3 f(x)dx.$

C. $S = \int_0^3 [f(x)]^2 dx.$

D. $S = \pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx.$

Câu 26. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = -1, x = 1$. Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $V = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx.$

B. $V = \int_{-1}^1 e^{2x} dx.$

C. $V = \pi \int_{-1}^1 e^x dx.$

D. $V = \int_{-1}^1 e^x dx.$

Câu 27. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $x + 2i = 3 + 4yi$.

A. $x = 3, y = \frac{1}{2}.$

B. $x = 3, y = -\frac{1}{2}.$

C. $x = -3, y = \frac{1}{2}.$

D. $x = 3, y = 2.$

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $2(z + 1 - 2i) = 9 - 5i$. Môđun của z bằng

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}.$

B. $5\sqrt{2}.$

C. $\sqrt{2}.$

D. 5.

Câu 29. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -3 + i$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = z_1 \cdot z_2$ có tọa độ là

A. $(-5; -5).$

B. $(-1; -6).$

C. $(-2; 3).$

D. $(1; -5).$

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i.$

B. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i.$

C. $-1 + 3i.$

D. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i.$

Câu 31. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

A. $3 + i.$

B. $3 - i.$

C. 2.

D. $2 + i.$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 10z - 6 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-1; -2; -5), R = 6.$

B. $I(1; 2; 5), R = 6.$

C. $I(-1; -2; -5), R = 36.$

D. $I(1; 2; 5), R = 36.$

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (α) có phương trình là

A. $3x - y + 2z - 6 = 0.$

B. $3x - y + 2z + 6 = 0.$

C. $3x - y + 2z - 14 = 0$.

D. $3x - y - 2z - 6 = 0$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;2)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là

A. $2x - y - z + 3 = 0$.

B. $2x + y + z - 3 = 0$.

C. $4x - 2y - 2z + 3 = 0$.

D. $4x - 2y + 2z - 6 = 0$.

Giải

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(0;2;1)$ của đoạn AB và nhận vectơ chỉ phương $\overline{AB} = (4; -2; -2)$ có PT là:

$$4(x-0) - 2(y-2) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - z + 3 = 0.$$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{-2}$.

Giải:

Đường thẳng cần tìm vuông góc với (P) nên nhận VTPT của (P) làm VTCP: $\vec{u} = \vec{n}_p = (1; 1; -2)$

Mà đường thẳng đi qua $M(2;1;1)$ nên có PTCT là: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$.

Câu 36. Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x+1}$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $I = \int_1^2 \frac{dt}{t}$.

B. $I = 2 \int_1^2 dt$.

C. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 dt$.

D. $I = \int_1^2 dt$.

Giải:

Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}$.

Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow x = t^2 - 1$. $d(x) = d(t^2 - 1) \Rightarrow dx = 2tdt$

Đổi cận: $\begin{matrix} x=0 \longrightarrow t=1 \\ x=3 \longrightarrow t=2 \end{matrix}$. $I = \int_1^2 \frac{2tdt}{t} = 2 \int_1^2 dt$

(Cách 2: Casio)

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;1)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $\Delta_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$.

Giải:

Δ_1 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -1; 1)$

Δ_2 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; 2; -1)$

Ta có $\begin{cases} d \perp \Delta_1 \\ d \perp \Delta_2 \end{cases} \Rightarrow d$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$

Tính được $\vec{u} = (-1; 2; 3)$

d có phương trình $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$. và ptt: $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+t \\ z = 1+3t \end{cases}$

Chọn $N(0; 3; 4)$ trên $d \Rightarrow$ PTCT: $\frac{x}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$.

Câu 38. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $(z-1)|z| = 2i(z+1)$

A. $z = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

B. $z = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

C. $z = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$

D. $z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

Giải:

Từ giả thiết (*) suy ra $z(|z| - 2i) = |z| + 2i$

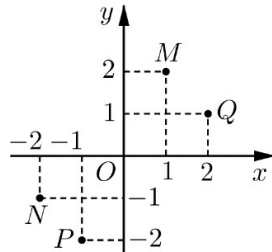
$$\Rightarrow |z| \cdot ||z| - 2i| = ||z| + 2i|$$

$$\Rightarrow |z| \cdot \sqrt{|z|^2 + 4} = \sqrt{|z|^2 + 4} \Rightarrow |z| = 1.$$

Thay vào (*) ta được $z(1-2i) = 1+2i \Leftrightarrow z = \frac{1+2i}{1-2i} \Leftrightarrow z = -\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ thỏa mãn

(Cách 2: Casio)

Câu 39: số phức $z = -2 + i$. Trong hình bên điểm biểu diễn số phức \bar{z} là



A. M .

B. N .

C. P .

D. Q .

Lời giải. Ta có $z = -2 + i \rightarrow \bar{z} = -2 - i$. **Chọn B.**

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5; 7; -13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) . Tọa độ điểm H là?

A. $H(0; -7; 13)$.

B. $H(5; 7; 0)$.

C. $H(0; 7; -13)$.

D. $H(5; 0; -13)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-5}$

. Tính khoảng cách từ d đến mặt phẳng (P) .

A. $d(d; (P)) = \frac{1}{6}$.

B. $d(d; (P)) = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $d(d; (P)) = 1$.

D. $d(d; (P)) = \sqrt{6}$.

Giải:

NX: $d // (P)$

$$\Leftrightarrow d(d; (P)) = d(M \in d; (P))$$

Chọn $M(0; 0; -2) \in d$

$$\Leftrightarrow d(d; (P)) = d(M \in d; (P)) = \frac{|2 \cdot 0 + 0 + (-2) + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn của số phức $z = x + yi$ ($x; y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 1 + 3i| = |z - 2 - i|$ là

- A. đường tròn đường kính AB với $A(-1; -3)$ và $B(2; 1)$.
- B. đường thẳng AB với $A(-1; -3)$ và $B(2; 1)$.
- C. đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1; -3)$ và $B(2; 1)$.
- D. đường thẳng vuông góc với đoạn AB tại A với $A(-1; -3)$ và $B(2; 1)$.

Lời giải. Gọi $A(-1; -3)$ và $B(2; 1)$ lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z = -1 - 3i$ và $z = 2 + i$. Từ giả thiết $|z + 1 + 3i| = |z - 2 - i|$, suy ra $MA = MB$.

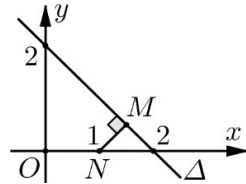
Vậy tập hợp các điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z và thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-1; -3)$ và $B(2; 1)$. **Chọn C.**

Câu 43: Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |iz + 1|$ bằng

- A. 2.
- B. $2\sqrt{2}$.
- C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải. Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Từ $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$, ta có $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = x^2 + (y - 4)^2 \Leftrightarrow x + y = 2$
 \longrightarrow tập hợp điểm M là đường thẳng $\Delta: x + y = 2$.



Ta có $P = |iz + 1| = |i(z - i)| = |z - i| = MN$ với $N(0; 1)$.

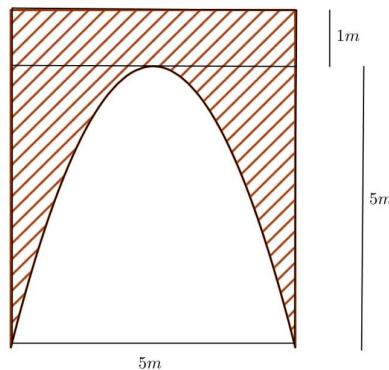
Dựa vào hình vẽ ta thấy $P_{\min} = MN_{\min} = d(N, \Delta) = \frac{|0 + 1 - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn C.**

Cách 2. Đặt $z = x + yi$ ($x; y \in \mathbb{R}$). Từ $|z + 2 - 2i| = |z - 4i| \longrightarrow y = 2 - x$.

Khi đó $w = iz + 1 = i(x + yi) + 1 = ix - y + 1 = ix - (2 - x) + 1 = (x - 1) + xi$.

Suy ra $|w| = \sqrt{(x - 1)^2 + x^2} = \sqrt{2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$.

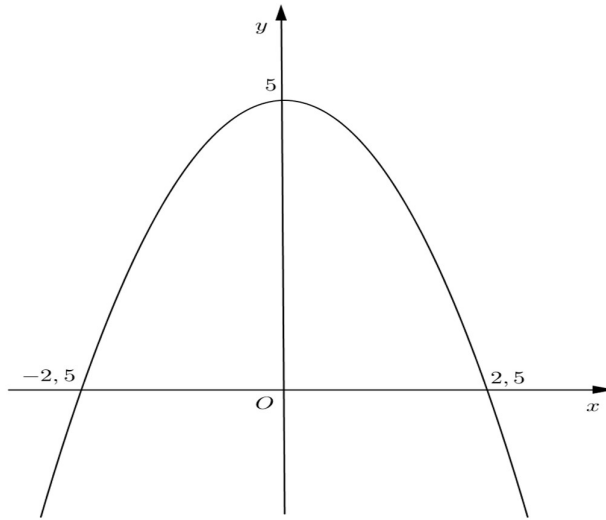
Câu 44. Nhà ông Hải có một cái cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông Hải cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Số tiền ông Hải cần để trang trí là bao nhiêu biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng / $1 m^2$?



- A. 26.000.000đ
- B. 16.000.000đ
- C. 10.000.000đ
- D. 20.000.000đ

Giải:

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Khi đó parabol có phương trình $y = -\frac{4}{5}x^2 + 5$

Diện tích phần lối đường đi vào cống là: $S_1 = 2 \int_0^{\frac{5}{2}} (-\frac{4}{5}x^2 + 5) dx = \frac{50}{3} m^2$

Diện tích phần trang trí là $S_2 = S_{hcn} - S_1 = 30 - \frac{50}{3} = \frac{40}{3} m^2$

Số tiền cần để trang trí là $\frac{40}{3} \times 1.200.000 = 16.000.000đ$

Câu 45: Giả sử $\int_0^1 \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = \ln \frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $P = a.b$

A. $P = 15$

B. $P = 16$

C. $P = 18$

D. $P = 21$

Giải:

Casio: $\int_0^1 \frac{4x+11}{x^2+5x+6} dx = I = \ln \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = e^I$. Bấm máy $e^I = \frac{9}{2} = \frac{a}{b} \Rightarrow a.b = 18$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $2[f(x)]^3 + 3f(x) + 5 = x$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

. Tính $I = \int_5^{10} f(x) dx$.

A. $I = 0$.

B. $I = 3$.

C. $I = 5$.

D. $I = 6$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = f(x) \Rightarrow 2t^3 + 3t + 5 = x \Rightarrow dx = (6t^2 + 3)dt$ và

$x = 5 \Rightarrow 2t^3 + 3t + 5 = 5 \Leftrightarrow t = 0$

$x = 10 \Rightarrow 2t^3 + 3t + 5 = 10 \Leftrightarrow t = 1$

Vậy $I = \int_5^{10} f(x) dx = \int_0^1 t(6t^2 + 3) dt = 3$.

Câu 47: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$; tiếp tuyến với đồ thị tại $M(4;2)$ và trục hoành là

A. $\frac{3}{8}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$

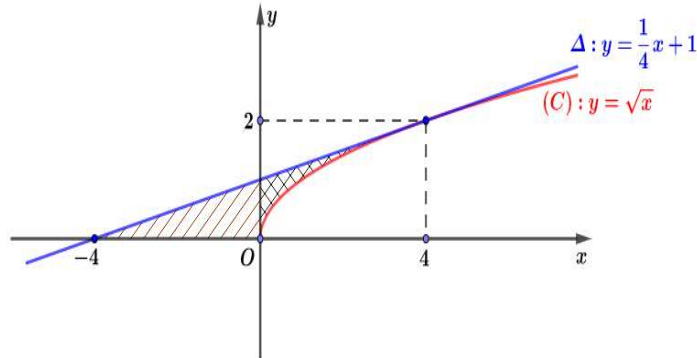
$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(4;2)$

$$\Rightarrow \text{Phương trình của } \Delta: y = y'(4)(x-4) + 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x + 1.$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục $Ox: \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của Δ và trục $Ox: \frac{1}{4}x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -4$.



Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_{-4}^0 \left(\frac{1}{4}x + 1\right) dx + \int_0^4 \left(\frac{1}{4}x + 1 - \sqrt{x}\right) dx = \left(\frac{1}{8}x^2 + x\right) \Big|_{-4}^0 + \left(\frac{1}{8}x^2 + x - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\right) \Big|_0^4 = \frac{8}{3}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$, $f(e) = 0$. Khi đó

$$I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx \text{ bằng}$$

A. $I = 4$.

B. $I = 3$.

C. $I = 1$.

D. $I = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Ta có $I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx = f(x) \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e f(x) \cdot \frac{1}{x} dx = f(e) - 1 = 0 - 1 = -1$.

Cách 2: Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = f(x) \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx = f(x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = f(e) - 1 = 0 - 1 = -1$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và ba điểm $A(2;1;0), B(0;2;1), C(1;3;-1)$. Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho $|2\overline{MA} + 3\overline{MB} - 4\overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_M + y_M + z_M = 2$.

B. $x_M + y_M + z_M = 1$.

C. $x_M + y_M + z_M = 4$.

D. $x_M + y_M + z_M = 3$.

Lời giải

Chọn C

Xét điểm $I(a; b; c)$ thỏa mãn $2\overline{IA} + 3\overline{IB} - 4\overline{IC} = \vec{0}$. Khi đó:

$$\begin{cases} 2(2-a) - 3a - 4(1-a) = 0 \\ 2(1-b) + 3(2-b) - 4(3-b) = 0 \\ -2c + 3(1-c) - 4(-1-c) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -4 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow I(0; -4; 7).$$

Khi đó: $|2\overline{MA} + 3\overline{MB} - 4\overline{MC}| = |2\overline{MI} + 3\overline{MI} - 4\overline{MI} + 2\overline{IA} + 3\overline{IB} - 4\overline{IC}| = IM$.

Do đó $|2\overline{MA} + 3\overline{MB} - 4\overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì M là hình chiếu của I trên (α) .

Gọi Δ qua I và vuông góc với (α) . Khi đó: $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -4 + t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$.

Ta có: $2(2t) + (-4 + t) - 2(7 - 2t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Vậy $M(2; -3; 5) \Rightarrow x_M + y_M + z_M = 4$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại các điểm B , C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. 10. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. 8.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$, với $b, c > 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $(\alpha) \perp (P)$ nên $\frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{c} = 2 \cdot \frac{1}{b}$.

$$\text{Mặt khác } d(O, (\alpha)) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{b^2} = \frac{5}{16} \Leftrightarrow b^2 = 16 \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow c = 2$$

Vậy $V_{O.ABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{8}{3}$.

----- HẾT -----