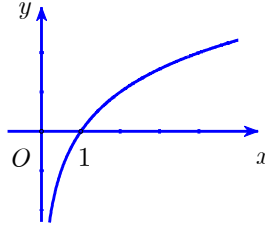


Câu 1. Hình sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = \log_2 x$. **B.** $y = \frac{1}{2^x}$. **C.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **D.** $y = 2^x$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \log x$ trên đoạn $[1; 100]$ bằng

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 10.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+2) + 2 \geq \log_2(x-1)$ là

- A.** $[1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -3]$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $[-3; +\infty)$.

Câu 4. Hàm số nào sau đây là hàm số mũ?

- A.** $y = 2^x$. **B.** $y = x^3$. **C.** $y = \log_2 x$. **D.** $y = x^{-2}$.

Câu 5. Thể tích khối cầu đường kính 2 cm bằng

- A.** $\frac{4\pi}{3} \text{ cm}^3$. **B.** $2\pi \text{ cm}^3$. **C.** $\frac{32\pi}{3} \text{ cm}^3$. **D.** $4\pi \text{ cm}^3$.

Câu 6. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x^2 = 2 \log_2(3x+4)$ là

- A.** 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = 12^x$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình

- A.** $y = 1$. **B.** $y = 12$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = 0$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Thể tích khối chóp $O.ABC$ bằng

- A.** $\frac{1}{3} abc$. **B.** $\frac{1}{6} abc$. **C.** abc . **D.** $\frac{1}{2} abc$.

Câu 9. Cho hình nón (N) có chiều cao bằng 3 và thể tích của khối nón được giới hạn bởi (N) bằng 16π .

Diện tích xung quanh của (N) bằng

- A.** 12π . **B.** 20π . **C.** 24π . **D.** 10π .

Câu 10. Mặt cầu có bán kính bằng 2 có diện tích là

- A.** $S = 16\pi$. **B.** $S = 12\pi$. **C.** $S = \frac{32}{3}\pi$. **D.** $S = 8\pi$.

Câu 11. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- A.** -5. **B.** -6. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 12. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		
			-3				

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là -∞
A. $x = -3$. **B.** $x = 4$. **C.** $y = -3$. **D.** $x = -1$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$	0

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 14. Với mọi $x > 0$, hàm số $y = \ln x$ có đạo hàm là

- A.** $y' = x$. **B.** $y' = \ln x$. **C.** $y' = \frac{1}{x}$. **D.** $y' = e^x$.

Câu 15. $x = -3$ không là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A.** $\log_5(2x + 11) \leq 0$. **B.** $\ln|x| \geq 0$. **C.** $\log_2(x + 4) < 12$. **D.** $\log_6(3 - x) > -2$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây có đạo hàm là $y' = 3^x$?

- A.** $y = 3^{x+1}$. **B.** $y = 3^x \cdot \ln 3$. **C.** $y = 3^x$. **D.** $y = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-5}$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** \mathbb{R} .

Câu 18. Đồ thị của hàm số $y = 3^x$ đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $Q\left(0; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $K(1; 3)$. **C.** $M\left(2; \sqrt{3}\right)$. **D.** $N(-1; 0)$.

Câu 19. Khối chóp có thể tích $V = 12 \text{ cm}^3$ và diện tích đáy $B = 4 \text{ cm}^2$ thì có chiều cao là

- A.** $h = 12 \text{ cm}$. **B.** $h = 1 \text{ cm}$. **C.** $h = 3 \text{ cm}$. **D.** $h = 9 \text{ cm}$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2022}(3 - x)$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 21. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 21 \text{ cm}^2$ và chiều cao $h = 2 \text{ cm}$ là

- A.** $V = 23 \text{ cm}^3$. **B.** $V = 84 \text{ cm}^3$. **C.** $V = 14 \text{ cm}^3$. **D.** $V = 42 \text{ cm}^3$.

Câu 22. Nếu $\log_5 3 = b$ thì $\log_{81} 25$ bằng

- A.** $\frac{1}{2b}$. **B.** $3b$. **C.** $\frac{1}{3b}$. **D.** $2b$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

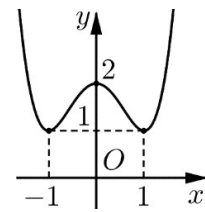
- A.** $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y = 2005^x$. **D.** $y = 2022$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 27$ là

- A.** $(-\infty; 9)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(9; +\infty)$.

Câu 25. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A.** $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.
B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.
C. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.
D. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

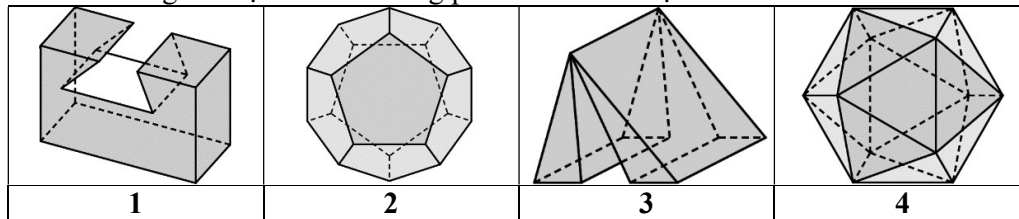


Lời giải. Hình dáng đồ thị thể hiện $a > 0$. Loại đáp án A.

Để ý thấy khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên ta loại đáp án D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;1)$ nên chỉ có B thỏa mãn. **Chọn B.**

Câu 26. Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?



A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải. Chọn C. Vì hình C vi phạm tính chất "Mỗi cạnh của miền đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai miền đa giác".

Câu 27. Khối đa diện đều loại $\{3;3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Khối bát diện đều. **B.** Khối lập phương. **C.** Khối 20 mặt đều. **D.** Khối tứ diện đều.

Lời giải. Chọn D.

Câu 28. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2, độ dài đường sinh bằng 4 có diện tích xung quanh là

A. $S_{xq} = 12\pi$. **B.** $S_{xq} = 4\pi$. **C.** $S_{xq} = 8\pi$. **D.** $S_{xq} = 16\pi$.

Câu 29. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 4$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(4;8)$.

Câu 30. $x = 2$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $3^x = 8$. **B.** $4^x = 16$. **C.** $x^3 = 9$. **D.** $16^x = 4$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = 2022^x$ và đường thẳng $y = m$ (m là tham số) cắt nhau khi và chỉ khi

A. $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m \leq 0$.

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 33. Phương trình $\log_3(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 7$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 9$.

Câu 34. Thể tích V của một khối nón có bán kính đáy bằng r , chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. **B.** $V = \pi r^2 h$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r h$.

Câu 35. Giá trị của $\log_2 \frac{1}{16}$ bằng

A. 4. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** -4.

Câu 36. Cho mặt cầu (S) có tâm O , bán kính $r = 2$. Một điểm M trong không gian thỏa mãn $OM = 2$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. M là điểm nằm trong mặt cầu (S) .

B. M là tâm của mặt cầu (S) .

C. M là điểm nằm trên mặt cầu (S) .

D. M là điểm nằm ngoài mặt cầu (S) .

Câu 37. Biểu thức $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$ có giá trị bằng

- A. $4\sqrt{2}$ B. -2 . C. 2 . D. $-4\sqrt{2}$.

Câu 38. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

- A. 10 . B. 4 . C. 3 . D. 5 .

Câu 39: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int 0 dx = C$ (C là hằng số). B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số).

- C. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số). D. $\int dx = x + C$ (C là hằng số).

Lời giải. Chọn C. Vì kết quả này không đúng với trường hợp $\alpha = -1$.

Câu 40: Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Nếu $\int f(x) dx = F(x) + C$ thì $\int f(u) du = F(u) + C$.

- B. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

- C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

- D. $\int [f_1(x) + f_2(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx$.

Lời giải. Các nguyên hàm sai khác nhau hằng số nên C là đáp án sai. **Chọn C.**

Câu 41: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \frac{1}{2}$. B. $F(3) = \frac{7}{4}$. C. $F(3) = \ln 2 - 1$. D. $F(3) = \ln 2 + 1$.

Lời giải. Ta có $\int \frac{dx}{x-1} = \ln|x-1| + C$.

Theo giả thiết $F(2) = 1 \implies \ln|2-1| + C = 1 \Leftrightarrow C = 1$.

Suy ra $F(x) = \ln|x-1| + 1 \implies F(3) = \ln 2 + 1$. **Chọn D.**

Câu 42. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $3x^2 + 1 + C$. B. $x^3 + x + C$. C. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $x^4 + x^2 + C$.

Lời giải. Chọn C.

Câu 43. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$ bằng

- A. 32π . B. $32\sqrt{2}\pi$. C. $64\sqrt{2}\pi$. D. 128π .

Lời giải. Áp dụng công thức: $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$. **Chọn C.**

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < e^x + m$ (m là tham số) nghiệm đúng với mọi $x \in (-3; 1)$ khi và chỉ khi

- A. $m > f(1) - e$. B. $m \geq f(1) - e$. C. $m \geq f(-3) - \frac{1}{e^3}$. D. $m > -3 - \frac{1}{e^3}$.

Đáp án C

$f(x) < e^x + m \Leftrightarrow f(x) - e^x < m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-3; 1)$ khi và chỉ khi $m \geq \max_{(-3;1)} \{f(x) - e^x\}$

Xét hàm số $g(x) = f(x) - e^x, x \in (-3; 1)$

Ta có $g'(x) = f'(x) - e^x$

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có: $f'(x) < 0, \forall x \in (-3;1) \Rightarrow g'(x) = f'(x) - e^x < 0, \forall x \in (-3;1)$

$\Rightarrow g(x)$ nghịch biến $\forall (-3;1)$

$$\Rightarrow \max_{(-3;1)} \{g(x)\} = \max_{(-3;1)} \{f(x) - e^x\} = g(-3) = f(-3) - \frac{1}{e^3}$$

$$\Rightarrow m \geq f(-3) - \frac{1}{e^3}$$

Câu 45. Hình nón được gọi là nội tiếp một mặt cầu nếu đỉnh và đường tròn đáy của hình nón nằm trên mặt cầu đó. Nếu mặt cầu có bán kính là R và thể tích của khối nón nội tiếp có thể tích lớn nhất thì chiều cao h của khối nón là

A. $h = \frac{4R}{3}$.

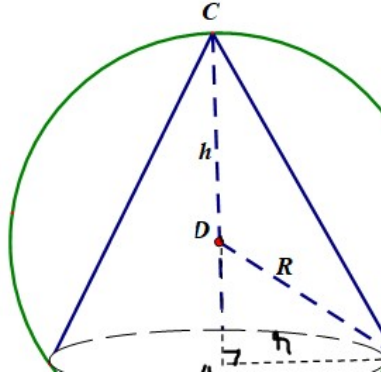
B. $h = \frac{3R}{2}$.

C. $h = \frac{5R}{4}$.

D. $h = \frac{5R}{3}$.

Đáp án A

Xét mặt cầu $(O;R)$ và hình nón tâm A, đỉnh C nội tiếp mặt cầu (hình vẽ)



Gọi $h=AC$, $r=AB$. Khi đó, $OA=|h-R|$

$$\text{Ta có, } OB^2 = OA^2 + AB^2 \Leftrightarrow R^2 = (h - R)^2 + r^2 \Leftrightarrow r^2 = 2Rh - h^2$$

$$\text{Thể tích của khối nón là: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi h (2Rh - h^2) = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{2} (2R - h)$$

$$\leq \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{\frac{h}{2} + \frac{h}{2} + (2R - h)}{3} = \frac{32\pi R^3}{81}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow \frac{h}{2} = 2R - h \Leftrightarrow h = \frac{4}{3}R.$$

Câu 46. Vào ngày 15 hàng tháng, ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng với số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi là 0,6%/tháng. Hỏi sau đúng ba năm (kể từ ngày bắt đầu gửi), ông An thu được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu (làm tròn đến nghìn đồng)?

A. 195 251 000 (đồng).

B. 195 252 000 (đồng).

C. 201 450 000 (đồng).

D. 201 453 000 (đồng).

Đáp án D

Phương thức gửi: **Gửi tiền đều đặn hàng tháng**

$$S_n = \frac{A}{r} \left((1+r)^{n+1} - 1 \right)$$

3 năm = 36 tháng

Sau 3 năm, người đó thu được cả gốc và lãi là:

$$S_{36} = \frac{5000000}{0.006} \left((1 + 0.006)^{36+1} - 1 \right) = 206453000 \text{ đồng}$$

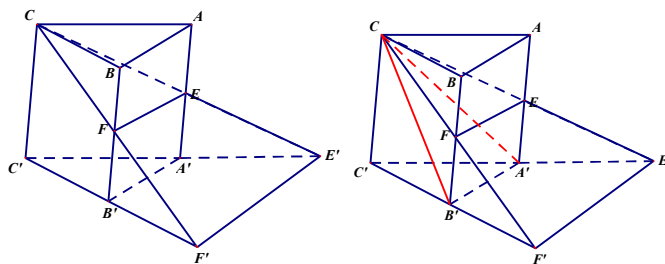
Nhưng vì sau 3 năm ông An rút tiền hết ra tức là tháng cuối cùng ông không gửi tiền vào nữa nên số tiền thu được là : $206453000 - 5000000 = 201453000$ đ

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh

AA', BB' . Đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' . Đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Gọi khối đa diện (H) là phần còn lại của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ sau khi cắt bỏ đi khối chóp $C.ABFE$. Biết thể tích khối chóp $C.C'E'F'$ bằng 4dm^3 . Thể tích khối đa diện (H) bằng

- A.** 1dm^3 . **B.** 2dm^3 . **C.** $\frac{8}{5}\text{dm}^3$. **D.** 3dm^3 .

Đáp án B.



Gọi thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là V .

Ta có: $V_{CC'E'F'} = 4\text{dm}^3$

$$V_{CC'A'B'} = \frac{V}{3} \quad (\text{vì chóp } CC'A'B' \text{ cùng chiều cao và đáy với lăng trụ } ABC.A'B'C')$$

$$\text{Mà } \begin{cases} V_{CABFE} = V_{CEFB'A'} \\ V_{CABFE} + V_{CEFB'A'} = V - V_{CC'A'B'} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{CABFE} = V_{CEFB'A'} = V_{CA'B'C'} = \frac{V}{3}$$

$$\text{Lại có, theo giả thiết } \Rightarrow S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{4} \cdot S_{\Delta C'E'F'} \Rightarrow V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{4} \cdot V_{C.C'E'F'} = 1\text{dm}^3$$

$$\Rightarrow V_{(H)} = 2 \cdot V_{C.A'B'C'} = 2\text{dm}^3.$$

Câu 48. Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $9^x - 2(m+1)3^x - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x là

- A.** $(-\infty; -2)$. **B.** $\left[-\infty; -\frac{3}{2}\right]$. **C.** $\left[-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.

Đáp án B.

Đặt $3^x = t > 0$

YCBT $\Leftrightarrow t^2 - 2(m+1)t - 3 - 2m > 0$ nghiệm đúng với mọi $t > 0$

$$\Leftrightarrow 2m < \frac{t^2 - 2t + 3}{t + 1} / (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2m \leq \min_{(0; +\infty)} \left\{ \frac{t^2 - 2t + 3}{t + 1} \right\}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 2t + 3}{t + 1} / (0; +\infty)$; $f'(t) = 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$ nên hs $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

$$\Rightarrow \min_{(0; +\infty)} \left\{ \frac{t^2 - 2t + 3}{t + 1} \right\} = f(0) = -3 \quad \Rightarrow m \leq \frac{-3}{2}.$$

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 3m)x^2 + 2(m^2 - 9)x + m^2$ nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Đáp án

$$y' = 2(m^2 - 3m)x + 2(m^2 - 9)$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ ($y'=0$ tại một số hữu hạn điểm)

-Nếu $m^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 3$:

+Với $m = 0$: $y' = -18 < 0 \Rightarrow$ Hs nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \Rightarrow m = 0$ thỏa mãn.

+Với $m = 3$: $y' = 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hs là hàm hằng $\Rightarrow m = 3$ không thỏa mãn.

-Nếu $m^2 - 3m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0 \wedge m \neq 3$: Hàm số là hàm bậc hai \Rightarrow hs không thể nghịch biến trên \mathbb{R} .

Vậy có 1 giá trị $m=0$ thỏa mãn ycbt.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(f(f(x))) = 0$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Đáp án B

$$\text{Từ bbt ta có: } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = a < -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(f(f(x))) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(f(x)) = 2 \\ f(f(x)) = a < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = b > 2 \\ f(x) = c < a < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = d > b \\ x = e < c \end{cases}$$

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, có $AB = a$, $BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, cạnh $SA = a\sqrt{15}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{15}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

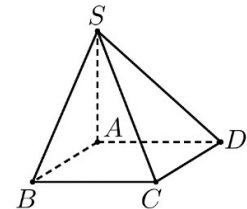
D. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{6}$.

Lời giải. Vì hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, suy ra giao tuyến $SA \perp (ABCD)$.

Do đó chiều cao khối chóp là: $SA = a\sqrt{15}$.

Diện tích hình chữ nhật: $S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2a^2$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **Chọn C.**



Câu 52: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $A'O \perp (ABCD)$ và cạnh bên AA' hợp với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối đa diện $OABC'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

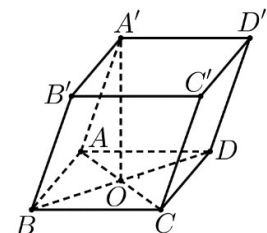
C. $\frac{a^3}{8}$.

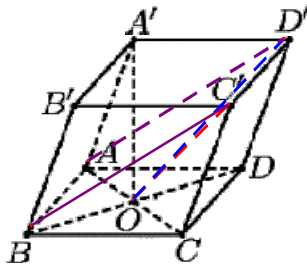
D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải. Dễ dàng tính được $V = S_{ABCD} \cdot A'O = \frac{3a^3}{4}$.

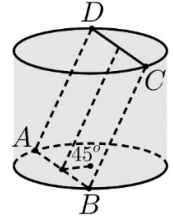
$$\begin{aligned} \text{Ta có } V &= V_{O.ABC'D'} + V_{AA'D'.BB'C'} + V_{C'.BOC} + V_{D'.AOD} + V_{O.CDD'C'} \\ &= V_{O.ABC'D'} + \frac{1}{2}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{12}V + \frac{1}{6}V. \end{aligned}$$

Suy ra $V_{O.ABC'D'} = \frac{V}{6} = \frac{a^3}{8}$. **Chọn C.**





Câu 53: Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45° như hình vẽ. Thể tích khối trụ đã cho bằng



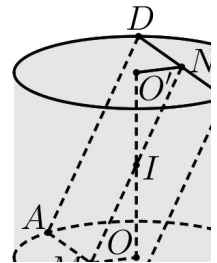
- A. $\frac{\pi a^3}{16}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. C. $\frac{3\pi a^3}{16}$. **D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.**

Lời giải. Ta có $IM = \frac{MN}{2} = \frac{AD}{2} = \frac{a}{2}$.

Tam giác IOM vuông cân và có $IM = \frac{a}{2}$, suy ra $IO = OM = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Tam giác cân OAB , có $\begin{cases} OM = \frac{a}{2\sqrt{2}} \Rightarrow OA = OB = \frac{a\sqrt{6}}{4} \\ AB = a \end{cases}$

Hình trụ đã cho có $\begin{cases} h = OO' = 2IO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \\ r = OA = \frac{a\sqrt{6}}{4} \end{cases} \Rightarrow V = \pi r^2 h = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. **Chọn D.**



Câu 54. Cho tam giác OAB đều cạnh a . Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM = x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB . Gọi N là giao điểm của EF và d . Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất.

- A. $x = a\sqrt{2}$. **B. $x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.** C. $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $x = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải. Đặt $ON = y > 0$. Khi đó

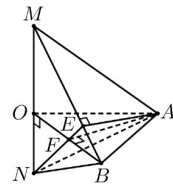
$$V_{ABMN} = V_{ABOM} + V_{ABON} = \frac{1}{3}S_{\Delta OAB}(OM + ON) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot (x + y).$$

Ta có $\begin{cases} AF \perp OB \\ AF \perp MO \end{cases} \Rightarrow AF \perp (MOB) \Rightarrow AF \perp MB$.

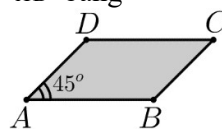
Lại có $MB \perp AE$ nên suy ra $MB \perp (AEF) \Rightarrow MB \perp EF$.

Suy ra $\Delta OBM \sim \Delta ONF$ nên $\frac{OB}{OM} = \frac{ON}{OF} \rightarrow ON = \frac{OB \cdot OF}{OM} = \frac{a^2}{2x}$.

Suy ra $V_{ABMN} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \left(x + \frac{a^2}{2x} \right) \geq \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{a^2}{2x} \Rightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **Chọn B.**

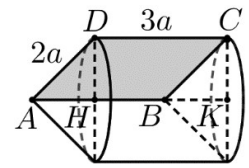


Câu 55. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 3a, AD = 2a, \widehat{BAD} = 45^\circ$ (như hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay nhận được khi quay hình bình hành $ABCD$ quanh trục AB bằng



- A. $\frac{5\pi a^3}{2}$. B. $\frac{9\pi a^3}{2}$. C. $5\pi a^3$. **D. $6\pi a^3$.**

Lời giải. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên cạnh $AB \Rightarrow DH = a\sqrt{2}$. Khối tròn xoay nhận được khi quay hình bình hành $ABCD$ quanh trục AB có thể tích đúng bằng thể tích khối trụ có đường sinh DC và bán kính đáy DH (hai hình nón bù trừ nhau).



Vậy $V = \pi DH^2 \cdot HK = \pi DH^2 \cdot DC = \pi (a\sqrt{2})^2 \cdot 3a = 6\pi a^3$. **Chọn D.**

Câu 56. Cho hàm số $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1}+x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(a-1)+f(\ln a) \leq 0$ là

- A. $(0; \frac{1}{2}]$. **B.** $(0; 1]$. C. $(0; +\infty]$. **D.** $[1; +\infty)$.

Lời giải. Ta có
$$\begin{cases} f(-x) = \ln(\sqrt{x^2+1}-x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right) = -\ln(\sqrt{x^2+1}+x) = -f(x) \\ f'(x) = \frac{\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+1}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} > 0 \end{cases}$$

Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ và là hàm đồng biến trên \mathbb{R} .

Xét bất phương trình $f(a-1)+f(\ln a) \leq 0$ (Điều kiện: $a > 0$)

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow f(\ln a) \leq -f(a-1) \\ &\Leftrightarrow f(\ln a) \leq f(1-a) \quad (\text{do } f(x) \text{ là hàm lẻ}) \\ &\Leftrightarrow \ln a \leq 1-a \quad (\text{do } f(x) \text{ là hàm đồng biến}) \\ &\Leftrightarrow a-1+\ln a \leq 0. \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(a) = a-1+\ln a$ trên $(0; +\infty)$. Ta có $g'(a) = 1 + \frac{1}{a} > 0, \forall a > 0$.

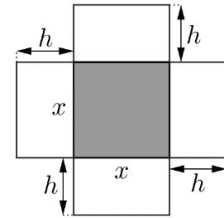
Suy ra hàm số $g(a)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Nhận thấy (*) có dạng

$$g(a) \leq g(1) \Leftrightarrow a \leq 1.$$

Kết hợp điều kiện, ta được $0 < a \leq 1$. **Chọn B.**

Câu 57. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh cactong theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 500cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa cactong nhất.

- A. $x = 2\text{cm}$. **B.** $x = 3\text{cm}$.
C. $x = 5\text{cm}$. **D.** $x = 10\text{cm}$.



Lời giải. Thể tích khối hộp : $V = x \cdot x \cdot h = x^2 h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}$.

Để chiếc hộp làm ra ít tốn bìa cactong nhất khi và chỉ khi diện tích toàn phần của hộp là nhỏ nhất. Diện tích toàn phần của hộp (không nắp)

$$\begin{aligned} S_{\text{tp}} &= S_{\text{day}} + S_{\text{xung quanh}} = x \cdot x + 4 \cdot hx = x^2 + 4hx \\ &= x^2 + 4x \cdot \frac{500}{x^2} = x^2 + \frac{2000}{x} = x^2 + \frac{1000}{x} + \frac{1000}{x} \stackrel{\text{Così}}{\geq} 3\sqrt[3]{1000^2}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = \frac{1000}{x} = \frac{1000}{x} \Leftrightarrow x^3 = 1000 \Leftrightarrow x = 10$. **Chọn D.**

Cách 2. Xét hàm $f(x) = x^2 + \frac{2000}{x}$ với $x > 0$.

----- HẾT -----