

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Xét các mệnh đề sau:

1) Phương trình $\sin x = 0$ có tập nghiệm là $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

2) Phương trình $\cos x = 0$ có tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

3) Phương trình $\cot x = 0$ có tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 3: Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 4: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Số hạng thứ 9 của dãy là:

A. $u_9 = \frac{1}{10}$.

B. $u_9 = \frac{-1}{10}$.

C. $u_9 = \frac{-1}{9}$.

D. $u_9 = \frac{1}{9}$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:

A. $\lim u_n$ không tồn tại.

B. $\lim u_n = 1$.

C. $\lim u_n = 0$.

D. $\lim u_n = 2$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Số 21 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Câu 7: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

C. $u_n = 3 - 2n$.

D. $u_n = -2n^2 + 3n + 1$.

Câu 8: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-4, 1, x$. Khi đó giá trị của x bằng:

- A. $x = 9$. B. $x = 4$. C. $x = 7$. D. $x = 6$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4, S_3 = 13$. Biết $u_2 < 0$, giá trị của S_5 bằng

- A. 11. B. 2. C. $\frac{35}{16}$. D. $\frac{181}{16}$.

Câu 10: Cho hai góc α và β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{12}{13}$, $\left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Giá trị của $\sin(\alpha - \beta)$ là

- A. $-\frac{56}{65}$. B. $\frac{56}{65}$. C. $\frac{16}{65}$. D. $-\frac{16}{65}$.

Câu 11: Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim(u_n v_n) = +\infty$.

B. Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$.

C. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$.

D. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

- A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

B. Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.

Câu 14: Biết giới hạn $\lim \frac{3-2n}{5n+1} = \frac{a}{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính ab .

- A. 6. B. 3. C. -10. D. 15

Câu 15: Tìm $\lim(-2n^3 + an^2 + b)$, với a, b là các tham số.

- A. a . B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. $-2 + a + b$

Câu 16: Chọn kết quả **sai** trong các kết quả dưới đây?

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$. B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^5 = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^2} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 1^+} C = C$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+1}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số liên tục tại $x = 1$. B. Hàm số không liên tục tại $x = -1$.
 C. Hàm số liên tục tại $x = 0$. D. Hàm số liên tục tại mọi điểm $x \in \mathbb{R}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{x^2-9}{x^2-3x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số có 2 điểm gián đoạn là $x = -3, x = 3$.
 B. Hàm số chỉ có 1 điểm gián đoạn là $x = 0$.
 C. Hàm số chỉ có 1 điểm gián đoạn là $x = 0$.
 D. Hàm số có 2 điểm gián đoạn là $x = 0, x = 3$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2+3x-14}{4-x^2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục tại $x = 2$?

- A. $-\frac{11}{4}$. B. $\frac{11}{4}$. C. $\frac{11}{2}$. D. $-\frac{11}{2}$.

Câu 20: Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x}{x-1}$. C. $y = (x+1)(x^2+2)$. D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Câu 21: Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax-3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Tính giá trị của biểu thức

- $P = a - 4b$.
 A. $P = -4$. B. $P = 5$. C. $P = -5$. D. $P = 4$.

Câu 22: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
 C. Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

Câu 23: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (BCA') . B. $(BC'D)$. C. $(A'C'C)$. D. (BDA') .

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AD , G là trọng tâm tam giác ABD và N là điểm thuộc cạnh BC sao cho $NB = 2NC$. Kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $NG \parallel (BCM)$. B. $NG \parallel (ACD)$.
 C. NG và AB chéo nhau. D. $NG \parallel CM$.

- Câu 25:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BD, SD . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (SAO) ?
- A. Điểm B . B. Điểm M . C. Điểm I . D. Điểm C .
- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E là trung điểm của SA . Mặt phẳng nào dưới đây chứa đường thẳng OE ?
- A. (SBC) . B. $(ABCD)$. C. (SAC) . D. (CDE) .
- Câu 27:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC và CD . Giao tuyến giữa mặt phẳng (ABQ) và mặt phẳng (ADP) là
- A. AG với G là trọng tâm của $\triangle BCD$. B. AI với I là trung điểm của BD .
C. AE với E là trung điểm của BQ . D. AK với K là trung điểm của PQ .
- Câu 28:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $AM \parallel DN$. B. $MN \parallel BC$. C. $SB \parallel MC$. D. $MD \parallel NC$.
- Câu 29:** Với điều kiện nào sau đây thì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) ?
- A. $d \parallel a$ và $a \subset (P)$. B. $d \parallel a$ và $a \parallel (P)$.
C. $d \cap (P) = \emptyset$. D. $d \parallel a$ và $a \cap (P) = \emptyset$.
- Câu 30:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I là trung điểm SB . J, K là điểm thuộc BC, AD sao cho $\frac{BJ}{BC} = \frac{DK}{DA} = \frac{1}{3}$, M là trung điểm SA . Hỏi SC song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A. (MJK) B. (IJK) C. (IBK) D. (IJA)
- Câu 31:** Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD, BC, AC lần lượt lấy các điểm E, F, G . Điểm nào sau đây thuộc giao tuyến của (EFG) và (BCD) ?
- A. $M = EF \cap DB$ B. $Q = GF \cap DC$ C. $K = EG \cap BC$ D. $P = EG \cap DC$
- Câu 32:** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7; 9)$. B. $[9; 11)$. C. $[11; 13)$. D. $[13; 15)$.

- Câu 33:** Theo số liệu thông kê điểm Giữa học kì I môn toán khối 10 của một trường THPT được cho bởi bảng số liệu sau:

Điểm	$[2; 3,5)$	$[3,5; 5)$	$[5; 6,5)$	$[6,5; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10)$
Số học sinh	8	15	55	60	40	10

Điểm nào đại diện cho nhiều học sinh đạt được nhất?

A. 6,5.

B. 7,5.

C. 7,25.

D. 8.

Câu 34: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;15)	[15;30)	[30;45)	[45;60)	[60;75)
Số học sinh	9	5	15	14	7

Nhóm chứa trung vị là

A. [30;45).

B. [15;30).

C. [45;60).

D. [60;75).

Câu 35: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	7	14	25	37	21	14	10

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_1 = \frac{1360}{37}, Q_3 = \frac{800}{21}$.

B. $Q_1 = \frac{1360}{37}, Q_3 = \frac{3280}{83}$.

C. $Q_1 = \frac{136}{5}, Q_3 = \frac{3280}{83}$.

D. $Q_1 = \frac{136}{5}, Q_3 = \frac{800}{21}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sin 2x + \cos x - \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Câu 2: (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} & \text{khi } x > 1 \\ mx+2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 3: (1,0 điểm) Một đôi thỏ cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con; mỗi đôi thỏ con, khi tròn hai tháng tuổi, lại mỗi tháng đẻ ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi sau một năm sẽ có tất cả bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm có một đôi thỏ sơ sinh? Giả sử thời gian trong năm này không có con thỏ nào chết.

Câu 4: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF) . Gọi P là giao điểm của SD với (α) . Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.A	5.D	6.D	7.A	8.D	9.D	10.B
11.C	12.B	13.C	14.C	15.B	16.C	17.B	18.D	19.A	20.A
21.C	22.A	23.B	24.A	25.D	26.C	27.A	28.D	29.C	30.A
31.D	32.B	33.C	34.A	35.D					

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm)

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2: Xét các mệnh đề sau:

1) Phương trình $\sin x = 0$ có tập nghiệm là $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

2) Phương trình $\cos x = 0$ có tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

3) Phương trình $\cot x = 0$ có tập nghiệm là $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Số mệnh đề đúng là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Mệnh đề (1) và (3) đúng.

Phương trình $\cos x = 0$ **có tập nghiệm là** $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ nên mệnh đề (2) sai.

Câu 3: Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có: $\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Khi: $x \in [-\pi; \pi] \Rightarrow x \in \left\{ -\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right\}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$.

Câu 4: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{n+1}$. Số hạng thứ 9 của dãy là:

A. $u_9 = \frac{1}{10}$.

B. $u_9 = \frac{-1}{10}$.

C. $u_9 = \frac{-1}{9}$.

D. $u_9 = \frac{1}{9}$.

Lời giải

Ta có $u_9 = \frac{(-1)^{9-1}}{9+1} = \frac{1}{10}$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó:

A. $\lim u_n$ không tồn tại.

B. $\lim u_n = 1$.

C. $\lim u_n = 0$.

D. $\lim u_n = 2$.

Lời giải

Ta có: $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3} \Rightarrow \lim(u_n - 2) = \lim \frac{1}{n^3} = 0 \Rightarrow \lim u_n - 2 = 0 \Rightarrow \lim u_n = 2$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Số 21 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Ta có $n^2 + n + 1 = 21 \Leftrightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = -5 \end{cases}$.

Vì $n \in \mathbb{N}^*$ nên ta chọn $n = 4$. Vậy số 21 là số hạng thứ tư của dãy số đã cho.

Câu 7: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = n^2$. B. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$. C. $u_n = 3 - 2n$. D. $u_n = -2n^2 + 3n + 1$.

Lời giải

Xét $u_n = n^2$. Ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy $u_n = n^2$ là dãy số tăng.

Câu 8: Cho cấp số cộng có các số hạng lần lượt là $-4, 1, x$. Khi đó giá trị của x bằng:

A. $x = 9$. B. $x = 4$. C. $x = 7$. D. $x = 6$.

Lời giải

Theo tính chất các số hạng trong cấp số cộng, ta có: $\frac{-4+x}{2} = 1 \Leftrightarrow -4+x = 2 \Leftrightarrow x = 6$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4, S_3 = 13$. Biết $u_2 < 0$, giá trị của S_5 bằng

A. 11. B. 2. C. $\frac{35}{16}$. D. $\frac{181}{16}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} S_2 = 4 \\ S_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q = 4 \\ u_3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ u_1 \cdot q^2 = 9 \end{cases}$.

Suy ra $\frac{1+q}{q^2} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = -\frac{3}{4} \Rightarrow u_1 = 16 \Rightarrow u_2 = -12 < 0 \text{ (TM)} \\ q = 3 \Rightarrow u_1 = 1 \Rightarrow u_2 = 3 > 0 \text{ (L)} \end{cases}$

Ta có $S_5 = u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 16 \cdot \frac{\left(-\frac{3}{4}\right)^5 - 1}{-\frac{3}{4} - 1} = \frac{181}{16}$.

Câu 10: Cho hai góc α và β thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi\right)$ và $\cos \beta = \frac{12}{13}, \left(0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$. Giá trị của

$\sin(\alpha - \beta)$ là

A. $-\frac{56}{65}$. B. $\frac{56}{65}$. C. $\frac{16}{65}$. D. $-\frac{16}{65}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$.

Lại có: $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \beta > 0 \Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \frac{5}{13}$.

Vậy $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \frac{3}{5} \cdot \frac{12}{13} - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{13} = \frac{56}{65}$.

Câu 11: Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

A. Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim(u_n v_n) = +\infty$.

B. Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = 0$.

C. Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$.

D. Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = -\infty$.

Lời giải

Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$ là mệnh đề **sai** vì chưa rõ dấu của v_n là dương hay âm.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \cos 3x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (*)$$

Ta có $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Kết hợp điều kiện (*) suy ra $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[a; b]$. Tìm mệnh đề đúng.

A. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

B. Nếu $f(a)f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ và $f(a)f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm trong khoảng $(a; b)$ thì hàm số $f(x)$ phải liên tục trên $(a; b)$.

Lời giải

Vì $f(a)f(b) > 0$ nên $f(a)$ và $f(b)$ cùng dương hoặc cùng âm. Mà $f(x)$ liên tục, tăng trên $[a; b]$ nên đồ thị hàm $f(x)$ nằm trên hoặc nằm dưới trục hoành trên $[a; b]$ hay phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(a; b)$.

- Câu 19:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x - 14}{4 - x^2} & \text{khi } x \neq 2 \\ a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Với giá trị nào của a thì hàm số liên tục tại $x = 2$?
- A. $-\frac{11}{4}$. B. $\frac{11}{4}$. C. $\frac{11}{2}$. D. $-\frac{11}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 3x - 14}{4 - x^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x+7)}{(2-x)(2+x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2x-7}{x+2} = -\frac{11}{4}$ và $f(2) = a$

Để hàm số liên tục tại $x = 2$ thì $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow a = -\frac{11}{4}$.

- Câu 20:** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x}{x-1}$. C. $y = (x+1)(x^2+2)$. D. $y = \frac{x+1}{x^2+1}$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ xác định khi và chỉ khi $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là hàm phân thức hữu tỉ nên liên tục trên từng khoảng của tập xác định.

Vậy hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

- Câu 21:** Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax - 3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$P = a - 4b$.

A. $P = -4$. B. $P = 5$. C. $P = -5$. D. $P = 4$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + bx - 5) = a + b - 5 = f(1)$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2ax - 3b) = 2a - 3b$.

Do hàm số liên tục tại $x = 1$ nên $a + b - 5 = 2a - 3b \Rightarrow a - 4b = -5$.

- Câu 22:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
 C. Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

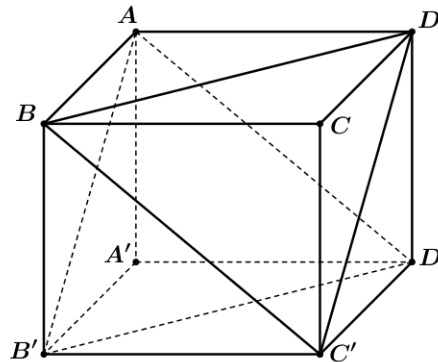
Lời giải

Áp dụng định nghĩa: Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Câu 23: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

- A. (BCA') . B. $(BC'D)$. C. $(A'C'C)$. D. (BDA') .

Lời giải



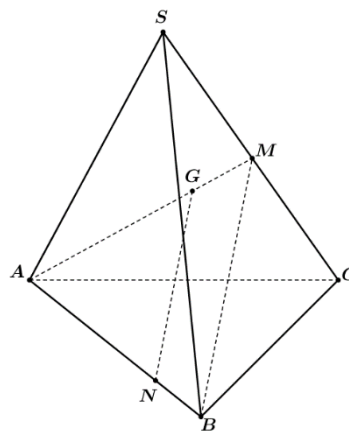
Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB' // DC'$ và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD' // BC'$ nên $(AB'D') // (BC'D)$.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AD , G là trọng tâm tam giác ABD và N là điểm thuộc cạnh BC sao cho $NB = 2NC$. Kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $NG // (BCM)$. B. $NG // (ACD)$.
C. NG và AB chéo nhau. D. $NG // CM$.

Lời giải

Chọn A

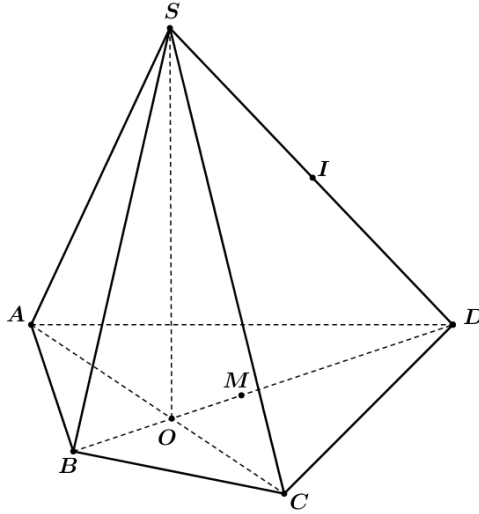


Ta có $NG \subset (BCM)$ do NG không song song (BCM) .

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Gọi M , I lần lượt là trung điểm của BD , SD . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (SAO) ?

- A. Điểm B . B. Điểm M . C. Điểm I . D. Điểm C .

Lời giải



Ba điểm A, O, C thẳng hàng nên điểm C nằm trên mặt phẳng (SAO) .

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi E là trung điểm của SA . Mặt phẳng nào dưới đây chứa đường thẳng OE ?

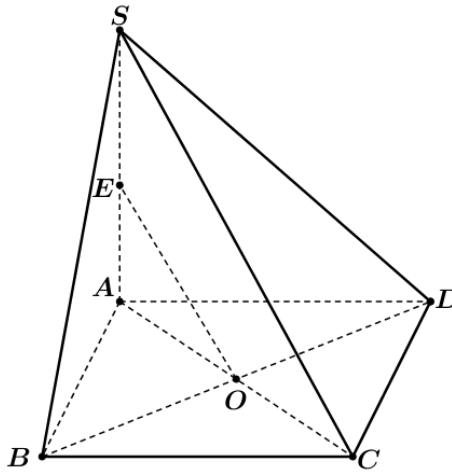
A. (SBC) .

B. $(ABCD)$.

C. (SAC) .

D. (CDE) .

Lời giải



Do $O \in AC$ và $E \in SA$ nên $OE \subset (SAC)$.

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC và CD . Giao tuyến giữa mặt phẳng (ABQ) và mặt phẳng (ADP) là

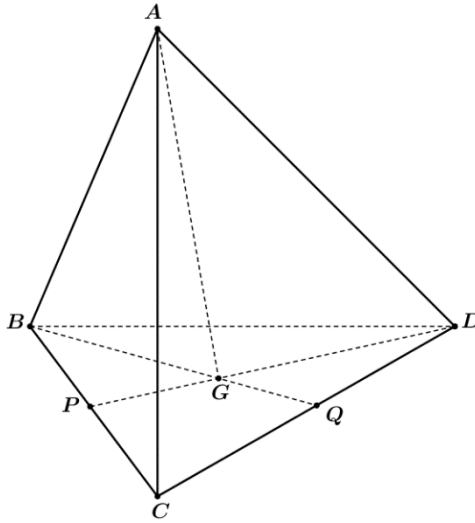
A. AG với G là trọng tâm của tam giác BCD .

B. AI với I là trung điểm của BD .

C. AE với E là trung điểm của BQ .

D. AK với K là trung điểm của PQ .

Lời giải



Ta có $A \in (ABQ) \cap (ADP)$.

Trong mặt phẳng (BCD) , ta gọi $G = BQ \cap DP$. Do BQ, DP là các đường trung tuyến nên G là trọng tâm của tam giác BCD .

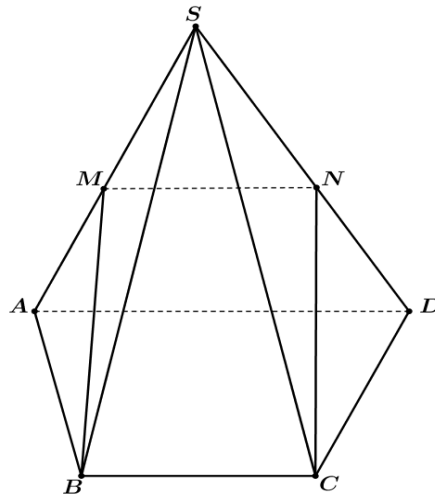
Ta có:
$$\begin{cases} G \in BQ \subset (ABQ) \Rightarrow G \in (ABQ) \\ G \in DP \subset (ADP) \Rightarrow G \in (ADP) \end{cases} \Rightarrow G \in (ABQ) \cap (ADP).$$

Do đó, ta có $AG = (ABQ) \cap (ADP)$ với G là trọng tâm của tam giác BCD .

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $AM \parallel DN$. B. $MN \parallel BC$. C. $SB \parallel MC$. D. $MD \parallel NC$.

Lời giải



Các đáp án **A, B, C** sai vì các đường thẳng đó không đồng phẳng.

Ta có MN là đường trung bình trong tam giác $SAB \Rightarrow \begin{cases} MN \parallel AB \\ MN = \frac{1}{2} AB \end{cases}$.

Mặt khác: $\begin{cases} CD // AB \\ CD = \frac{1}{2} AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MN // CD \\ MN = CD \end{cases}$ suy ra $MNCD$ là hình bình hành.

Vậy $MD // NC$.

Câu 29: Với điều kiện nào sau đây thì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) ?

A. $d // a$ và $a \subset (P)$.

B. $d // a$ và $a // (P)$.

C. $d \cap (P) = \emptyset$.

D. $d // a$ và $a \cap (P) = \emptyset$.

Lời giải

Áp dụng định nghĩa: $d \cap (P) = \emptyset$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I là trung điểm SB . J, K là điểm thuộc

BC, AD sao cho $\frac{BJ}{BC} = \frac{DK}{DA} = \frac{1}{3}$, M là trung điểm SA . Hỏi SC song song với mặt phẳng nào sau đây?

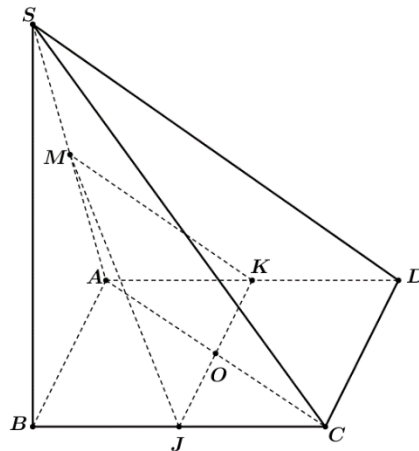
A. (MJK)

B. (IJK)

C. (IBK)

D. (IJA)

Lời giải



Do $\frac{BJ}{BC} = \frac{DK}{DA} = \frac{1}{3}$ và $BC = AD$ nên $BJ = DK$ hay $JC = AK$

Gọi O là giao điểm của AC và JK . Khi đó: $\frac{OA}{OC} = \frac{AK}{JC} = 1 \Rightarrow O$ là trung điểm AC

$\Rightarrow MO$ là đường trung bình tam giác $SAC \Rightarrow MO // SC$, mà $MO \subset (MJK)$

Vậy $SC // (MJK)$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Trên cạnh AD, BC, AC lần lượt lấy các điểm E, F, G . Điểm nào sau đây thuộc giao tuyến của (EFG) và (BCD) ?

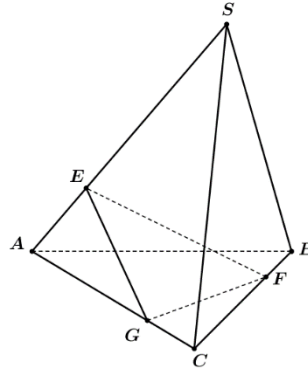
A. $M = EF \cap DB$

B. $Q = GF \cap DC$

C. $K = EG \cap BC$

D. $P = EG \cap DC$

Lời giải



Vì EG, DC cùng nằm trong mặt phẳng (ACD) , gọi $P = EG \cap DC$ khi đó P thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng (EFG) và (BCD) .

Câu 32: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [7; 9).

B. [9; 11).

C. [11; 13).

D. [13; 15).

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu trên là: $\bar{x} = \frac{6.2 + 8.7 + 10.7 + 12.3 + 14.1}{20} = 9,4$

Câu 33: Theo số liệu thống kê điểm Giữa học kì I môn toán khối 10 của một trường THPT được cho bởi bảng số liệu sau:

Điểm	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh	8	15	55	60	40	10

Điểm nào đại diện cho nhiều học sinh đạt được nhất?

A. 6,5.

B. 7,5.

C. 7,25.

D. 8.

Lời giải

Theo bảng thống kê, giá trị lớn nhất là 60 thuộc lớp [6,5;8) nên giá trị đại diện là

$$\frac{6,5 + 8}{2} = 7,25.$$

Câu 34: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;15)	[15;30)	[30;45)	[45;60)	[60;75)
Số học sinh	9	5	15	14	7

Nhóm chứa trung vị là

- A. [30;45). B. [15;30). C. [45;60). D. [60;75).

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 9 + 5 + 15 + 14 + 7 = 50$.

Gọi x_1, \dots, x_{50} là thời gian khảo sát tập thể dục trong ngày của 50 học sinh khối 11 và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2}$. Do hai giá trị x_{25}, x_{26} thuộc nhóm [30;45).

Câu 35: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	7	14	25	37	21	14	10

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. $Q_1 = \frac{1360}{37}, Q_3 = \frac{800}{21}$. B. $Q_1 = \frac{1360}{37}, Q_3 = \frac{3280}{83}$.
C. $Q_1 = \frac{136}{5}, Q_3 = \frac{3280}{83}$. D. $Q_1 = \frac{136}{5}, Q_3 = \frac{800}{21}$.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 128$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{32} + x_{33}}{2}$. Do x_{32}, x_{33} đều thuộc nhóm [25;30) nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó, $p = 3; a_3 = 25; m_3 = 25; m_1 + m_2 = 21, a_4 - a_3 = 5$ và ta có $Q_1 = 25 + \frac{\frac{128}{4} - 21}{25} \cdot 5 = \frac{136}{5}$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{96} + x_{97}}{2}$. Do x_{96}, x_{97} đều thuộc nhóm [35;40) nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 5; a_5 = 35; m_5 = 21; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 7 + 14 + 25 + 37 = 83; a_6 - a_5 = 5$ và ta có

$$Q_3 = 35 + \frac{\frac{3 \cdot 128}{4} - 83}{21} \cdot 5 = \frac{800}{21}.$$

II. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

Câu 1: (0,5 điểm) Giải phương trình $\sin 2x + \cos x - \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sin 2x + \cos x - \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + \cos x - \sin x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos x (\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + 1 = 0 \\ 2 \cos x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2: (0,5 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} & \text{khi } x > 1 \\ mx+2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Khi $x \in (-\infty; 1)$: $f(x) = mx + 2$ là hàm đa thức nên liên tục trên $(-\infty; 1)$.

Khi $x \in (1; +\infty)$: $f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1}$ là hiệu hai hàm phân thức nên liên tục trên $(1; +\infty)$.

Tại $x=1$:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{3}{x^3-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+x-2}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+2)}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+2}{x^2+x+1} = 1. \end{aligned}$$

Mặt khác: $\lim_{x \rightarrow 1^-} (mx+2) = 2+m$ và $f(1) = 2+m$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Leftrightarrow 2+m=1 \Leftrightarrow m=-1.$$

Vậy với $m=-1$ thì hàm số liên tục trên \mathbb{R} .

Câu 3: (1,0 điểm) Một đôi thỏ cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con; mỗi đôi thỏ con, khi tròn hai tháng tuổi, lại mỗi tháng đẻ ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi sau một năm sẽ có tất cả bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm có một đôi thỏ sơ sinh? Giả sử thời gian trong năm này không có con thỏ nào chết.

Lời giải

Số đôi thỏ tạo thành dãy Fibonacci, gọi u_n là số đôi thỏ tại tháng thứ n ta có dãy số cho bởi công thức

$$\text{truy hồi sau: } \begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$$

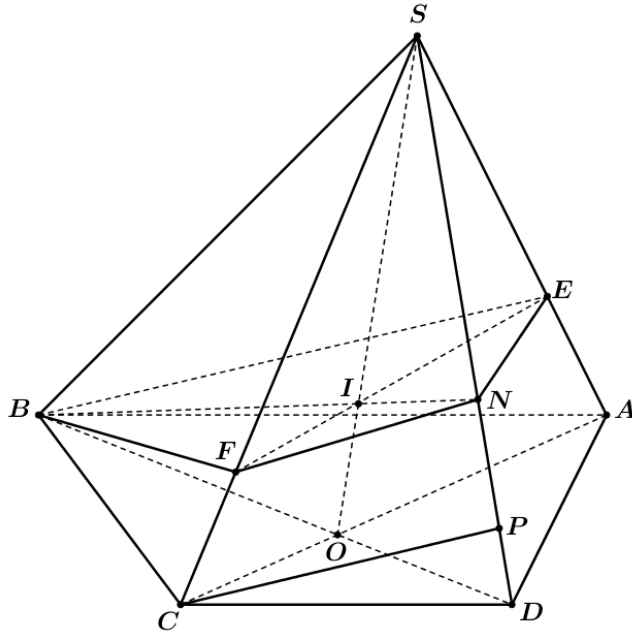
Số lượng đôi thỏ là:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
u_n	1	1	2	3	5	8	13	21	34	54	88	144

Vậy sau một năm có 144 đôi thỏ.

Câu 4: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Lấy E thuộc cạnh SA , F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF) . Gọi P là giao điểm của SD với (α) . Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

Lời giải



Vì $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ nên $EF \parallel AC$.

Mà $EF \subset (BEF)$, $AC \not\subset (BEF)$ nên AC song song với mặt phẳng (BEF) .

Vì AC qua O và AC song song với mặt phẳng (BEF) nên $AC \subset (\alpha)$.

Trong (SAC) , gọi $I = SO \cap EF$; trong (SBD) , gọi $N = BI \cap SD$.

Suy ra N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (BEF) .

Hai mặt phẳng song song (BEF) và (α) bị cắt bởi mặt phẳng thứ ba là (SCD) theo hai giao tuyến lần lượt là FN và Ct nên hai giao tuyến đó song song nhau, tức là $Ct \parallel FN$.

Trong (SCD) , Ct cắt SD tại P . Khi đó P là giao điểm của SD với (α) .

Trong hình thang $ABCD$, do $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$ nên $\frac{BO}{OD} = \frac{AB}{CD} = 2 \Rightarrow \frac{BO}{BD} = \frac{2}{3}$.

Trong tam giác SAC , có $EF \parallel AC$ nên $\frac{SI}{SO} = \frac{SE}{SA} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{IS}{IO} = 2$.

Xét tam giác SOD với cát tuyến NIB , ta có: $\frac{NS}{ND} \cdot \frac{BD}{BO} \cdot \frac{IO}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{NS}{ND} = \frac{BO}{BD} \cdot \frac{IS}{IO} = \frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3}$.

Suy ra: $\frac{SN}{SD} = \frac{4}{7}$ (1).

Lại có: $\frac{SN}{SP} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$ (Do $CP \parallel FN$) (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{SP}{SD} = \frac{6}{7}$.