

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP CUỐI KÌ I TOÁN 10 KNTT
NĂM HỌC 2023-2024
ĐỀ SỐ 1

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

- A. Trời hôm nay đẹp quá! B. New York là thủ đô của Việt Nam.
 C. Con đang làm gì đó? D. Số 3 có phải là số tự nhiên không?

Câu 2: Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 < 0$. B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$.
 C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$. D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$.

Câu 3: Cho tập hợp $A = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$. Tập hợp A là

- A. $A = \{0; 1; 2; 3\}$. B. $A = [0; 2]$. C. $A = (0; 2)$ D. $A = \{-1; 0; 1; 2\}$.

Câu 4: Tập hợp nào sau đây là tập con của tập hợp $B = \{1; 2; 3; 4; 6\}$

- A. $\{0; 1; 2\}$. B. $\{1; 2\}$. C. $\{1; 2; 5; 6\}$. D. $\{1; 2; 5\}$.

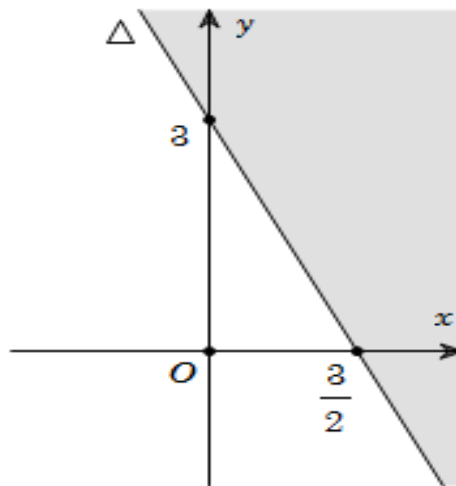
Câu 5: Cho tập hợp $A = [-2; 5)$ và tập hợp $B = (3; 8]$. Khi đó $A \cap B$ là

- A. $[3; 5)$ B. $(3; 5)$. C. $(3; 5]$ D. $[3; 5]$.

Câu 6: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $3x - y \leq 2$.

- A. $(0; -3)$. B. $(1; 1)$. C. $(2; 2)$. D. $(-1; -6)$.

Câu 7: Phần không bị gạch (kể cả đường thẳng) trong hình vẽ dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

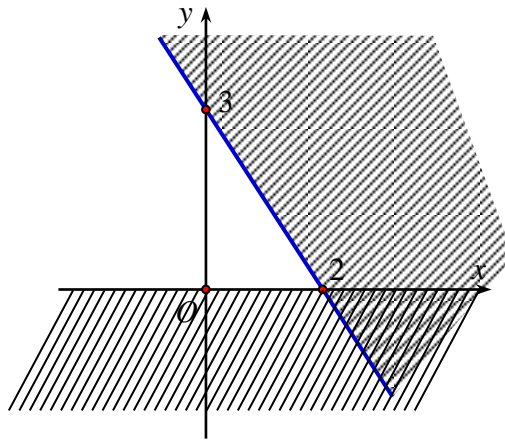


- A. $2x - y \leq 3$. B. $2x + y \geq 3$. C. $-2x + y \leq 3$. D. $2x + y \leq 3$.

Câu 8: Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$

Câu 9: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Câu 10: Điểm nào **không** là nghiệm của hệ phương trình sau đây: $\begin{cases} x - 3y - 3 \leq 0 \\ 2x - y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$

A. (1;1).

B. (2;0).

C. (1;0).

D. (0;-4).

Câu 11: Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị $\cos \alpha$ là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$ và $BAC = 60^\circ$. Khi đó độ dài cạnh BC bằng

A. $2\sqrt{7}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 28.

D. $3\sqrt{2}$.

Câu 13: Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc BAC bằng bao nhiêu độ?

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 14: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với vector \overrightarrow{OB} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

A. 6

B. 7

C. 8

D. 5.

Câu 15: Cho ba vector \vec{a} , \vec{b} và \vec{c} khác vectơ-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Câu 16: Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

A. \overrightarrow{CA} .

B. \overrightarrow{BD} .

C. \overrightarrow{AC} .

D. \overrightarrow{DB} .

Câu 17: Cho hình bình hành $ABCD$, giao điểm của hai đường chéo là. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

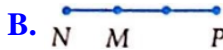
A. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$.

C. $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$. D. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

Câu 18: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$.

Câu 19: Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Hình vẽ nào sau đây xác định đúng vị trí điểm M .



Câu 20: Cho đoạn thẳng AB và điểm M là một điểm trong đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$. Tìm k để

$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$.

A. $k = \frac{1}{4}$ B. $k = 4$ C. $k = -\frac{1}{4}$ D. $k = -4$

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = -3\vec{j}$. Tọa độ vector $\vec{a} - \vec{b}$ là

A. $(0; 5)$. B. $(-2; 3)$. C. $(2; 3)$. D. $(2; -3)$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1; 5), B(0; -2), C(6; 0)$ và M là trung điểm của BC . Diện tích tam giác ABC là

A. $10\sqrt{2}$ đvdt. B. 20 đvdt. C. 10 đvdt. D. $5\sqrt{2}$ đvdt.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5), B(1; 1), C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho:

$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

A. $(3; -3)$. B. $(-3; 3)$. C. $(-3; -3)$. D. $(-2; -3)$.

Câu 24: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng:

A. 9 . B. -9 . C. 8 . D. 5 .

Câu 25: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 8 . Khi đó, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ bằng

A. 32 . B. $64\sqrt{2}$. C. $32\sqrt{2}$. D. 64 .

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(-3; 1); B(2; 3)$ và điểm C thuộc trục Ox . Xác định tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông tại A ?

A. $\left(\frac{-13}{5}; 0\right)$. B. $\left(\frac{-17}{5}; 0\right)$. C. $\left(\frac{13}{5}; 0\right)$. D. $(7; 0)$.

Câu 27: Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{11}$ đến hàng phần trăm (dùng MTBT).

A. $3,32$ B. $3,31$. C. $3,316$. D. $3,317$.

Câu 28: Viết số quy tròn của số 5346720 đến hàng trăm.

A. 5346800 . B. 5346700 . C. 5347000 . D. 5346720 .

Câu 29: Chiều dài (đơn vị feet) của 7 con cá voi trưởng thành được cho như sau:

C. $4x + 5x \leq 14.000.000$.

D. $3x + 4y \leq 6500$.

Câu 37. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh $2a$. Góc $BAD = 60^\circ$. Tính độ dài vectơ $\overline{AB} + \overline{AD}$.

A. $|\overline{AB} + \overline{AD}| = 2a\sqrt{3}$

B. $|\overline{AB} + \overline{AD}| = a\sqrt{3}$

C. $|\overline{AB} + \overline{AD}| = 3a$

D. $|\overline{AB} + \overline{AD}| = 3a\sqrt{3}$

Câu 38: Cho tam giác ABC với điểm M bất kì thỏa mãn: $\vec{v} = \overline{MA} + \overline{MB} - 2\overline{MC}$. Hãy xác định vị trí của điểm D sao cho $\overline{CD} = \vec{v}$?

A. D là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCD$.

B. D là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBD$.

C. D là trọng tâm tam giác ABC .

D. D là trực tâm tam giác ABC .

Câu 39: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào đúng?

A. $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \overline{HB} \cdot \overline{BC}$.

B. $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$.

C. $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = 0$

D. $\overline{BH} \cdot \overline{BC} = 0$.

Câu 40. Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

A. $(0;10)$.

B. $(0;-10)$.

C. $(10;0)$.

D. $(-10;0)$.

Tự luận

Câu 41: Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Hãy phân tích vectơ \overline{BD} theo hai vectơ \overline{AB} và \overline{AC}

Câu 42: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 4$. Tính độ dài của vectơ $\vec{u} = 3\overline{BA} + 2\overline{BC}$.

Câu 43. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(3;-5), D(1;3)$ và $I(1;-1)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ trung điểm của cạnh BC .

Câu 44: Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Câu 45: Cho góc α , với $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$H = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha - 5 \sin \alpha \cos \alpha + 2.$$

Câu 46: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MB : MA : MC = 1 : 2 : 3$, khi đó tính số đo góc AMB .

Câu 47: Cho ABC đều có độ dài cạnh bằng a . Gọi d là đường thẳng qua A và song song BC , điểm M di động trên d . Tính giá trị nhỏ nhất của $|\overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC}|$ theo a .

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(5;-6)$ và M là một điểm di động trên trục Ox . Tìm giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$.

Câu 49: Cho tam giác ABC có $BC = a$; $A = \alpha$ và hai đường trung tuyến BM , CN vuông góc với nhau. Tính diện tích tam giác ABC .

Câu 50: Cho hình thang vuông $ABCD$, đường cao $AB = 4a$, $BD = 5a$, $BC = 7a$. Gọi I là trung điểm của CD , J là điểm di động trên cạnh BC sao cho AJ vuông góc với BI . Tính độ dài BJ .

Hết

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề?

- A.** Trời hôm nay đẹp quá! **B.** New York là thủ đô của Việt Nam.
C. Con đang làm gì đó? **D.** Số 3 có phải là số tự nhiên không?

Lời giải

Phát biểu: “New York là thủ đô của Việt Nam” là một mệnh đề.

Câu 2: Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề trên là

- A.** $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 < 0$. **B.** $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$.
C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$. **D.** $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 > 0$.

Lời giải

Phủ định của mệnh đề trên là: $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x + 2 \leq 0$.

Câu 3: Cho tập hợp $A = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$. Tập hợp A là

- A.** $A = \{0; 1; 2; 3\}$. **B.** $A = [0; 2]$. **C.** $A = (0; 2)$ **D.** $A = \{-1; 0; 1; 2\}$.

Lời giải

Ta có $A = \{-1; 0; 1; 2\}$.

Câu 4: Tập hợp nào sau đây là tập con của tập hợp $B = \{1; 2; 3; 4; 6\}$

- A.** $\{0; 1; 2\}$. **B.** $\{1; 2\}$. **C.** $\{1; 2; 5; 6\}$. **D.** $\{1; 2; 5\}$.

Lời giải

Chọn đáp án **B**

Câu 5: Cho tập hợp $A = [-2; 5)$ và tập hợp $B = (3; 8]$. Khi đó $A \cap B$ là

- A.** $[3; 5)$ **B.** $(3; 5)$. **C.** $(3; 5]$ **D.** $[3; 5]$.

Lời giải

Vì $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$ nên chọn đáp án **B**.

Câu 6: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $3x - y \leq 2$.

- A.** $(0; -3)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(2; 2)$. **D.** $(-1; -6)$.

Lời giải

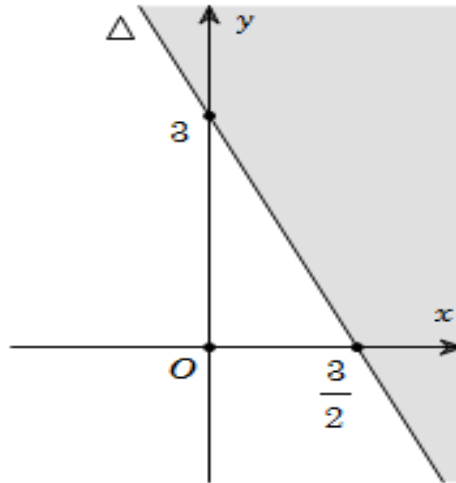
Phương án A ta có $3 \cdot 0 - (-3) = 3 > 2$ nên cặp số $(0; -3)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Phương án B ta có $3 \cdot 1 - 1 = 2 \leq 2$ nên cặp số $(1; 1)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho nên chọn B

Phương án C ta có $3 \cdot 2 - 2 = 4 > 2$ nên cặp số $(2; 2)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Phương án D ta có $3 \cdot (-1) - (-6) = 3 > 2$ nên cặp số $(-1; -6)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 7: Phần không bị gạch (kể cả đường thẳng) trong hình vẽ dưới đây là miền nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?



- A. $2x - y \leq 3$. B. $2x + y \geq 3$. C. $-2x + y \leq 3$. D. $2x + y \leq 3$.

Lời giải

Gọi Δ có phương trình $y = ax + b$

$$\Delta \text{ đi qua điểm } A\left(\frac{3}{2}; 0\right), B(0; 3) \text{ nên ta có hệ: } \begin{cases} a \cdot \frac{3}{2} + b = 0 \\ a \cdot 0 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $\Delta: y = -2x + 3 \Leftrightarrow 2x + y = 3$

Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình mà $2 \cdot 0 + 0 \leq 3$ nên chọn đáp án D

Câu 8: Điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

- A. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases}$

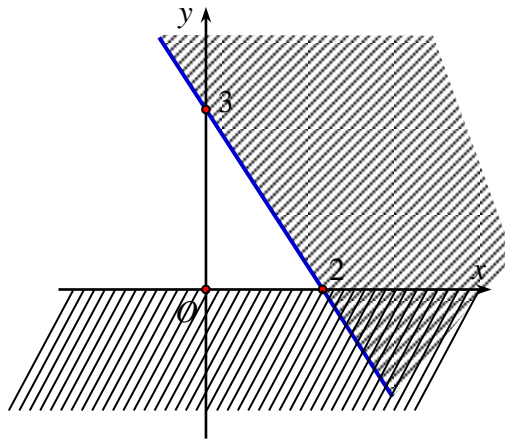
Lời giải

Thay $x = 0; y = 0$ vào từng đáp án ta được:

$$\begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \text{ (loại A); } \begin{cases} x + 3y - 6 > 0 \\ 2x + y + 4 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 > 0 \\ 4 < 0 \end{cases} \text{ (Loại B)}$$

$$\begin{cases} x + 3y - 6 < 0 \\ 2x + y + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6 < 0 \\ 4 > 0 \end{cases} \text{ (thỏa mãn). Vậy chọn C.}$$

Câu 9: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng $(d_2): 3x + 2y = 6$.

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình

$$3x + 2y < 6.$$

Câu 10: Điểm nào **không** là nghiệm của hệ phương trình sau đây:

$$\begin{cases} x - 3y - 3 \leq 0 \\ 2x - y > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

A. $(1; 1)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(0; -4)$.

Lời giải

Thay các tọa độ vào hệ ta thấy, $x = 0; y = -4$ không thỏa mãn hệ. Chọn đáp án D

Câu 11: Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ và $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị $\cos \alpha$ là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Ta có $0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \cos \alpha > 0 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 6$ và $BAC = 60^\circ$. Khi đó độ dài cạnh BC bằng

A. $2\sqrt{7}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 28 .

D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

+) Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ = 28 \cdot$$

Vậy $BC = 2\sqrt{7}$.

Câu 13: Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc BAC bằng bao nhiêu độ?

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

+) Theo bài ra, ta có: $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2) \Leftrightarrow b^3 - a^2b = a^2c - c^3$

$$\Leftrightarrow b^3 + c^3 - a^2b - a^2c = 0 \Leftrightarrow (b+c)(b^2 - bc + c^2) - a^2(b+c) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b+c)(b^2 - bc + c^2 - a^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 - bc + c^2 - a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc \Leftrightarrow \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos BAC = \frac{1}{2} \Rightarrow BAC = 60^\circ$$

Câu 14: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Số các vector khác vector không, cùng phương với vector \overrightarrow{OB} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là

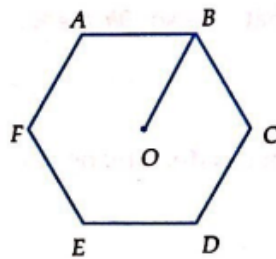
A. 6

B. 7

C. 8

D. 5.

Lời giải



Các vector cùng phương với vector \overrightarrow{OB} là: $\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{EB}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{FA}, \overrightarrow{AF}$.

Câu 15: Cho ba vector \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} khác vector-không. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

B. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

C. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

D. $\vec{0} + \vec{a} = \vec{0}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$ nên đáp án D sai

Câu 16: Cho hình bình hành $ABCD$. Vector tổng $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

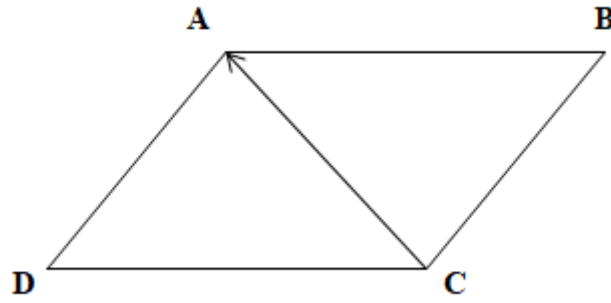
A. \overrightarrow{CA} .

B. \overrightarrow{BD} .

C. \overrightarrow{AC} .

D. \overrightarrow{DB} .

Lời giải

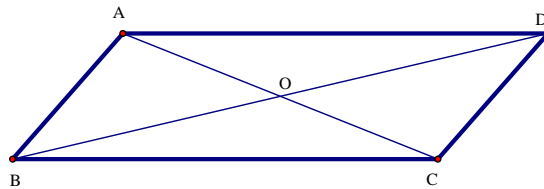


Ta có: $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$.

Câu 17: Cho hình bình hành $ABCD$, giao điểm của hai đường chéo là. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\vec{CO} - \vec{OB} = \vec{BA}$.
- B. $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{DB}$.
- C. $\vec{DA} - \vec{DB} = \vec{OD} - \vec{OC}$.
- D. $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$.

Lời giải

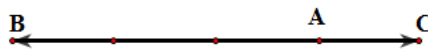


Ta có: $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = (\vec{DA} + \vec{DC}) + \vec{DB} = \vec{DB} + \vec{DB} = 2\vec{DB} \neq \vec{0}$.

Câu 18: Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Nếu $\vec{AB} = -3\vec{AC}$ thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

- A. $\vec{BC} = -4\vec{AC}$.
- B. $\vec{BC} = -2\vec{AC}$.
- C. $\vec{BC} = 2\vec{AC}$.
- D. $\vec{BC} = 4\vec{AC}$.

Lời giải



Từ đẳng thức: $\vec{AB} = -3\vec{AC}$ suy ra ba điểm A, B, C thẳng hàng; \vec{AB} và \vec{AC} ngược hướng; $AB = 3AC$ nên $\vec{BC} = 4\vec{AC}$.

Câu 19: Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\vec{MN} = -3\vec{MP}$. Hình vẽ nào sau đây xác định đúng vị trí điểm M .

- A.
- B.
- C.
- D.

Lời giải

Theo định nghĩa tích của 1 véctơ và một số ta thấy ngay đáp án **C**.

Câu 20: Cho đoạn thẳng AB và điểm M là một điểm trong đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$. Tìm k để

$$\vec{MA} = k\vec{MB}$$

- A. $k = \frac{1}{4}$
- B. $k = 4$
- C. $k = -\frac{1}{4}$
- D. $k = -4$

Lời giải

Vì điểm M là một điểm trong đoạn AB sao cho $AM = \frac{1}{5}AB$ nên $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{MB}$. Do đó $k = -\frac{1}{4}$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = 2\vec{i}, \vec{b} = -3\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là
A. (0;5). **B.** (-2;3). **C.** (2;3). **D.** (2;-3).

Lời giải

Ta có $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow$ Tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là (2;3).

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với $A(1;5), B(0;-2), C(6;0)$ và M là trung điểm của BC . Diện tích tam giác ABC là

A. $10\sqrt{2}$ đvdt. **B.** 20 đvdt. **C.** 10 đvdt. **D.** $5\sqrt{2}$ đvdt.

Lời giải

Ta có $M(3;-1)$, khi đó $\overrightarrow{AM} = (2;-6), \overrightarrow{BM} = (3;1)$ nên $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0$ nên tam giác ABM vuông tại M .

$$AM = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{10} \text{ và } BM = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BM = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 10 \text{ (đvdt)}.$$

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; 5), B(1; 1), C(3; 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho: $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.

A. (3; -3). **B.** (-3; 3). **C.** (-3; -3). **D.** (-2; -3).

Lời giải:

$$\text{Gọi } E(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{BE}(x-1; y-1); 2\overrightarrow{CB}(-4; -4).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) \Leftrightarrow \overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CB}.$$

$$\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = -4 \\ y-1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -3 \end{cases}. \text{ Vậy } E(-3; -3).$$

Câu 24: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3; AC = 4$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng:.

A. 9. **B.** -9. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải:

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ABC :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BC = 5..$$

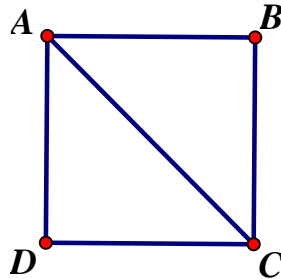
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = AB \cdot BC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 3 \cdot 5 \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = -15 \cdot \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}).$$

Tam giác ABC vuông tại A nên $\cos(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC} = -15 \cdot \frac{3}{5} = -9$.

Câu 25: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 8. Khi đó, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

- A.** 32. **B.** $64\sqrt{2}$. **C.** $32\sqrt{2}$. **D.** 64.

Lời giải



Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 8\sqrt{2}$, $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = BAC = 45^\circ$.

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 8 \cdot 8\sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = 64.$$

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $A(-3;1); B(2;3)$ và điểm C thuộc trục Ox . Xác định tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông tại A ?

- A.** $(-\frac{13}{5}; 0)$. **B.** $(-\frac{17}{5}; 0)$. **C.** $(\frac{13}{5}; 0)$. **D.** $(7; 0)$.

Lời giải

Điểm C thuộc trục Ox nên $C(x; 0)$. Ta có $\overrightarrow{AC} = (x+3; -1); \overrightarrow{AB} = (5; 2)$.

Tam giác ABC vuông tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow 5(x+3) - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{13}{5}$. Vậy $C(-\frac{13}{5}; 0)$.

Câu 27: Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{11}$ đến hàng phần trăm (dùng MTBT).

- A.** 3,32 **B.** 3,31. **C.** 3,316. **D.** 3,317.

Lời giải

Sử dụng máy tính bỏ túi ta có $\sqrt{11} = 3,3166247\dots$

Chữ số bên phải chữ số hàng phần trăm bằng $6 > 5$ nên giá trị gần đúng của $\sqrt{11}$ đến hàng phần trăm là 3,32

Câu 28: Viết số quy tròn của số 5346720 đến hàng trăm.

- A.** 5346800. **B.** 5346700. **C.** 5347000. **D.** 5346720.

Lời giải

Chữ số bên phải chữ số hàng trăm bằng $2 < 5$ nên số quy tròn của số 5346720 đến hàng trăm là 5346700.

Câu 29: Chiều dài (đơn vị feet) của 7 con cá voi trưởng thành được cho như sau:

48 53 51 31 53 112 52

Tìm số trung vị của mẫu số liệu trên?

- A. 48.
- B. 51.
- C. 53.
- D. 52.

Lời giải

48 53 51 31 53 112 52

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm:

Vì dãy có 7 số nên số trung vị là giá trị của số liệu thứ 4.

Vậy $M_e = 52$.

Câu 30: Số điểm mà 5 vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu lần lượt là: 9; 7; 15; 14; 20. Tìm số điểm trung bình của 5 vận động viên đó?

- A. 14.
- B. 12.
- C. 15.
- D. 13.

Lời giải

Số điểm trung bình 5 vận động viên là: $\bar{x} = \frac{9+7+15+14+20}{5} = 13$.

Câu 31: Thống kê điểm kiểm tra học kỳ 11 các môn học của học sinh A như sau: 4; 6; 5; 7; 5; 5; 9; 8; 7; 10; 9. Số trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. 6.
- B. 5.
- C. 6,5.
- D. 7.

Lời giải

Sắp xếp các số theo thứ tự không giảm: 4;5;5;5;6;7;7;8;9;9;10. Dãy số liệu có tất cả 11 giá trị nên số trung vị của mẫu số liệu trên sẽ là giá trị thứ 6 sau khi sắp xếp theo thứ tự không giảm. Vậy số trung vị có giá trị bằng 7.

Câu 32: Điểm kiểm tra môn Toán của học sinh Tổ 3 lớp 10T1 được thống kê bởi bảng sau:

6	7	9	8	9	8	5	7	7	8	6	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Khoảng biến thiên điểm số môn Toán của Tổ 3 là

- A. $R = 3$.
- B. $R = 2$.
- C. $R = 4$.
- D. $R = 5$.

Lời giải

Tác giả : Trần Thảo ; Facebook : Trần Thảo

Khoảng biến thiên kí hiệu là R , là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

Vậy $R = 9 - 5 = 4$.

Câu 33: Sản lượng lúa (tạ) của 50 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Tần số	7	10	13	12	8

Phương sai của mẫu số liệu là:

- A. $s_x^2 = 1,5$.
- B. $s_x^2 = 1,24$.
- C. 1,6336.
- D. 22,1.

Lời giải

Ta có sản lượng trung bình của 50 thửa ruộng là:

$$\bar{x} = \frac{1}{50}(7.20 + 10.21 + 13.22 + 12.23 + 8.24) = 22,08 \text{ (tạ)}$$

Phương sai: $s_x^2 = \frac{1}{n} [n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(x_k - \bar{x})^2] = 1,6336.$

Câu 34: Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn trong tổ:

165 159 182 171 165 168 170 161.

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu này.

A. 9.

B. 7.

C. 5.

D. 23.

Lời giải

Chiều cao thấp nhất và cao nhất tương ứng là 159 và 172.

Do đó, khoảng biến thiên là: $R = 172 - 159 = 13.$

Câu 35: Bác Nam gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 7% / năm. Sau ba năm số tiền bác Nam nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu?

A. 246 triệu đồng.

B. 247 triệu đồng.

C. 245 triệu đồng.

D. 244 triệu đồng.

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép $T = A.(1+r)^n$. Với $A = 200$ triệu đồng, $r = 7\%$, $n = 3$.

Số tiền bác Nam nhận được sau ba năm là $T = 200(1+7\%)^3 = 245$ triệu đồng.

Câu 36: Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng là

A. $3x + 4y \leq 14.000.000.$

B. $4x + 5y \leq 3250.$

C. $4x + 5x \leq 14.000.000.$

D. $3x + 4y \leq 6500.$

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần (điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$)

Số tiền ông An phải trả từ thứ 2 đến thứ 6 là $5.900 + 8x = 4500 + 8x$ (nghìn đồng)

Số tiền ông An phải trả hai ngày cuối tuần là $2.1500 + 10y = 3000 + 10y$ (nghìn đồng)

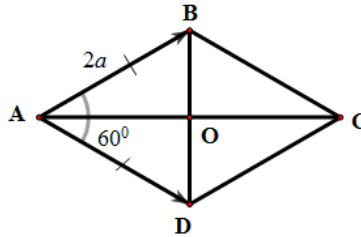
Vì đề bài yêu cầu tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng nên ta có
 $(4500 + 8x) + (3000 + 10y) \leq 14000 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 3250$ (nghìn đồng)

Câu 37. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh $2a$. Góc $BAD = 60^\circ$. Tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

- A.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 2a\sqrt{3}$
- B.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{3}$
- C.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 3a$
- D.** $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = 3a\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABD cân tại A và có góc $BAD = 60^\circ$ nên $\triangle ABD$ đều

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AO}| = 2 \cdot AO = 2 \cdot \sqrt{AB^2 - BO^2} = 2 \cdot \sqrt{4a^2 - a^2} = 2a\sqrt{3}$$

Câu 38: Cho tam giác ABC với điểm M bất kì thỏa mãn: $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$. Hãy xác định vị trí của điểm D sao cho $\overrightarrow{CD} = \vec{v}$?

- A.** D là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCD$.
- B.** D là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBD$.
- C.** D là trọng tâm tam giác ABC .
- D.** D là trực tâm tam giác ABC .

Lời giải

Ta có $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{CI}$ (với I là trung điểm của AB).

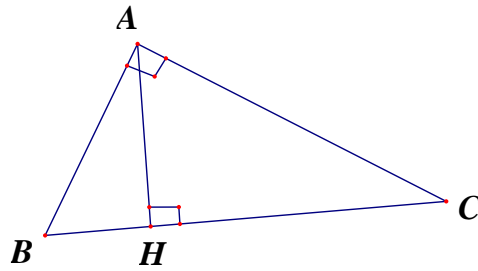
Vậy véc tơ \vec{v} không phụ thuộc và vị trí của điểm M . Khi đó $\overrightarrow{CD} = \vec{v} = 2\overrightarrow{CI} \Rightarrow I$ là trung điểm của CD .

Vậy I là điểm thứ tư của hình bình hành $ACBD$.

Câu 39: Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH . Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào đúng ?

- A.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- B.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BC}$.
- C.** $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$
- D.** $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Lời giải



Ta có $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = (\overline{BH} + \overline{HA}) \cdot \overline{BC} = \overline{BH} \cdot \overline{BC} + \overline{HA} \cdot \overline{BC} = \overline{BH} \cdot \overline{BC} + 0 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$.

Câu 40. Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

- A. $(0;10)$. B. $(0;-10)$. C. $(10;0)$. D. $(-10;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AM}

Ta có $\overline{AB} = (-3; 4), \overline{AM} = (-1; y-2)$.

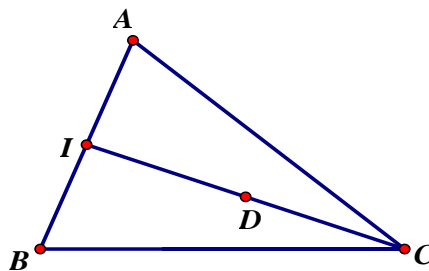
Do đó, \overline{AB} cùng phương với $\overline{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10$.

Vậy $M(0;10)$.

Tự luận

Câu 41: Cho tam giác ABC có I, D lần lượt là trung điểm AB, CI . Hãy phân tích vectơ \overline{BD} theo hai vectơ \overline{AB} và \overline{AC}

Lời giải



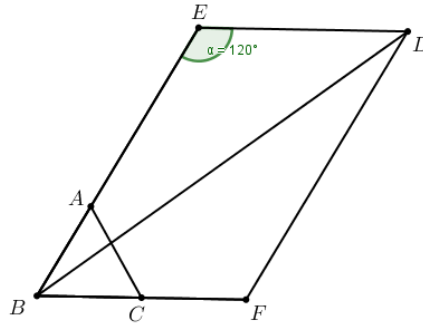
Ta có $\overline{BD} = \overline{BI} + \overline{ID} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{IC} = -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}(\overline{IA} + \overline{AC})$

$= -\frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{IA} + \frac{1}{2}\overline{AC} = -\frac{1}{2}\overline{AB} - \frac{1}{4}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} = -\frac{3}{4}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC}$.

Câu 42: Cho tam giác ABC đều có cạnh $AB = 4$. Tính độ dài của vectơ $\vec{u} = 3\overline{BA} + 2\overline{BC}$.

Lời giải

Cách 1:



Dựng $\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BC}$. Suy ra $BE = 12, BF = 8$

Dựng hình bình hành $BEDF$. Ta có $\vec{u} = 3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BD}$.

Do $ABC = 60^\circ \Rightarrow BED = 120^\circ \Rightarrow BD = \sqrt{BE^2 + BF^2 - 2BE \cdot BF \cdot \cos 120^\circ} = 4\sqrt{19}$.

Vậy $|\vec{u}| = |\overrightarrow{BD}| = BD = 4\sqrt{19}$.

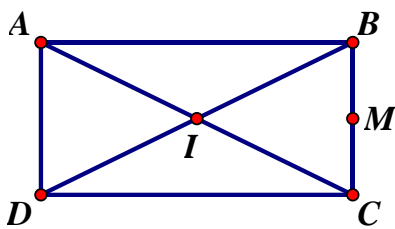
Cách 2:

$$\begin{aligned} \vec{u}^2 &= (3\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC})^2 = 9\overrightarrow{BA}^2 + 4\overrightarrow{BC}^2 + 12\overrightarrow{BA}\overrightarrow{BC} = 9BA^2 + 4BC^2 + 12 \cdot |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot \cos 60^\circ \\ &= 9 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4^2 + 12 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 304 \end{aligned}$$

$$\text{Mà } \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2 \Rightarrow |\vec{u}|^2 = 304 \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{304} = 4\sqrt{19}.$$

Câu 43. Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(3; -5)$, $D(1; 3)$ và $I(1; -1)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ trung điểm của cạnh BC .

Giải:



$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình chữ nhật nên } I \text{ là trung điểm của } AC : \begin{cases} x_C = 2x_I - x_A \\ y_C = 2y_I - y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = 3 \end{cases}$$

$$I \text{ là trung điểm của } BD : \begin{cases} x_B = 2x_I - x_D \\ y_B = 2y_I - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 1 \\ y_B = -5 \end{cases}$$

$$M \text{ là trung điểm của } BC : \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = -1 \end{cases}$$

Câu 44. Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Lời giải

	Trái phiếu chính phủ	Trái phiếu ngân hàng	Trái phiếu doanh nghiệp
Lãi suất	7% / năm	8% / năm	12% / năm

Bước 1:

1,2 tỉ đồng=1200 (triệu đồng)

Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp.

Khi đó $x \geq 0, y \geq 0$.

Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu nên số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ là $1200 - x - y$ (triệu đồng)

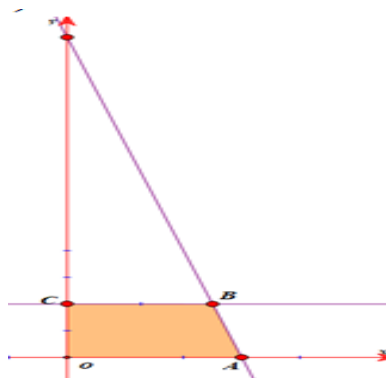
Số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng nên ta có:
 $1200 - x - y \geq 3x \Leftrightarrow 4x + y \leq 1200$

Bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp nên $y \leq 200$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases} (*)$$

Từ điều kiện của bài toán ta có hệ:

Miền nghiệm của hệ là miền tứ giác $OABC$ với: $O(0;0)$, $A(300;0)$, $B(250;200)$, $C(0;200)$



Bước 2: Lợi nhuận thu được sau một năm là

$$F(x; y) = (1200 - x - y) \cdot 7\% + x \cdot 8\% + y \cdot 12\% = 84 + 0,01x + 0,05y.$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x; y)$ khi $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình (*)

Thay tọa độ các điểm O, A, B, C vào biểu thức $F(x; y)$ ta được:

$$F(0;0) = 84;$$

$$F(300;0) = 84 + 0,01 \cdot 300 + 0,05 \cdot 0 = 87;$$

$$F(250;200) = 84 + 0,01 \cdot 250 + 0,05 \cdot 200 = 96,5;$$

$$F(0;200) = 84 + 0,01 \cdot 0 + 0,05 \cdot 200 = 94$$

$\Rightarrow F$ đạt giá trị lớn nhất là 96,5 khi $x = 250$ và $y = 200$.

Vậy bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 triệu trái phiếu chính phủ.

Câu 45: Cho góc α , với $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{3}$. Tính giá trị của biểu thức

$$H = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha - 5 \sin \alpha \cos \alpha + 2.$$

Lời giải

$$\text{Ta có } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{16}{9} \Leftrightarrow \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{16}{9}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{16}{9} \Leftrightarrow 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{7}{9} \Leftrightarrow \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{7}{18}$$

$$\text{Ta có: } H = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha - 5 \sin \alpha \cos \alpha + 2$$

$$H = (\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha) - 5 \sin \alpha \cos \alpha + 2$$

$$H = (\sin \alpha + \cos \alpha)(1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha) - 5 \sin \alpha \cos \alpha + 2$$

Thế $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{4}{3}$; $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{7}{18}$ vào biểu thức ta được:

$$H = \frac{4}{3} \cdot \left(1 - \frac{7}{18}\right) - 5 \cdot \frac{7}{18} + 2 = \frac{47}{54}. \text{ Vậy } H = \frac{47}{54}.$$

Câu 46: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MB : MA : MC = 1 : 2 : 3$, khi đó góc AMB bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đặt $AB = AC = 1$, $MB = a$. Suy ra $MA = 2a$, $MC = 3a$.

$$\text{Ta có } \cos BAM = \frac{1^2 + 4a^2 - a^2}{2 \cdot 1 \cdot 2a} = \frac{1 + 3a^2}{4a}, \cos CAM = \frac{1^2 + 4a^2 - 9a^2}{2 \cdot 1 \cdot 2a} = \frac{1 - 5a^2}{4a} > 0 \Rightarrow a^2 < \frac{1}{5}.$$

Vì $CAM < 90^\circ \Rightarrow \cos CAM > 0$

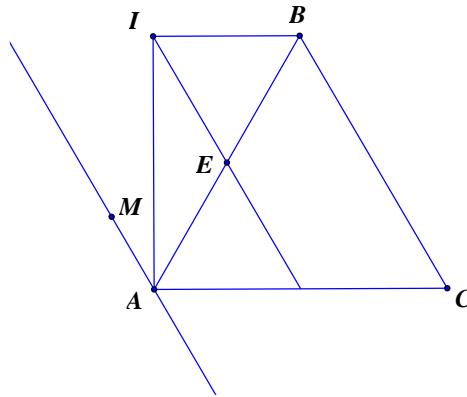
$$\cos^2 BAM + \cos^2 CAM = \cos^2 BAM + \sin^2 BAM = 1 \Rightarrow \left(\frac{1 + 3a^2}{4a}\right)^2 + \left(\frac{1 - 5a^2}{4a}\right)^2 = 1.$$

$$\Leftrightarrow 17a^4 - 10a^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{5+2\sqrt{2}}{17} (l) \\ a^2 = \frac{5-2\sqrt{2}}{17} (tm). \end{cases}$$

$$\cos \angle AMB = \frac{a^2 + 4a^2 - 1}{2 \cdot a \cdot 2a} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ Vậy } \angle AMB = 135^\circ.$$

Câu 47: Cho $\triangle ABC$ đều có độ dài cạnh bằng a . Gọi d là đường thẳng qua A và song song BC , điểm M di động trên d . Tính giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ theo a .

Lời giải



Gọi E là trung điểm của AB .

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm sao cho } \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$$

Khi đó $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC} + 2\overrightarrow{MI}| = |2\overrightarrow{MI}| = 2MI \geq 2IH$ với H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d .

$$\text{Ta có } IH = d(A, IE) = \frac{1}{2}d(A, BC) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 2), B(5; -6)$ và M là một điểm di động trên trục Ox . Tính giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$

Lời giải

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow I(3; -2) \text{ và } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}, \forall M$$

$$\text{Khi đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |2\overrightarrow{MI}| = 2MI \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow MI \text{ nhỏ nhất.}$$

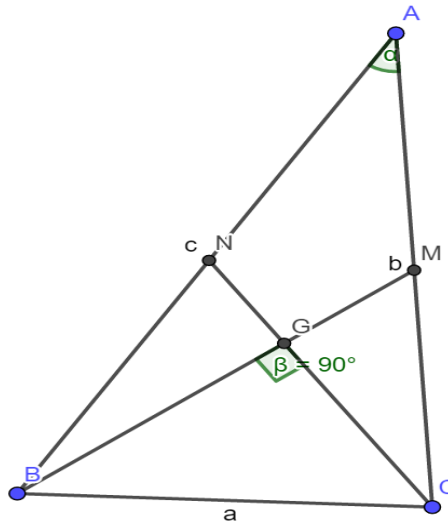
$$\text{Vì } M \in Ox \Rightarrow IM_{\min} = d(I, Ox) = 2. \text{ Vậy } \min |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = 4.$$

Câu 49: Cho tam giác ABC có $BC = a$; $A = \alpha$ và hai đường trung tuyến BM , CN vuông góc với nhau. Diện tích tam giác ABC là ?

Lời giải:

Trong tam giác ABC với $BC = a$; $AC = b$, $AB = c$.

Tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM , CN vuông góc với nhau tại G (tham khảo hình vẽ).



$$\text{Ta có } CG^2 = \frac{4}{9}CN^2 = \frac{4}{9}\left(\frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}\right) = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{9}.$$

$$\text{Tương tự, ta có } BG^2 = \frac{2a^2 + 2c^2 - b^2}{9}.$$

$$\text{Do } BM \perp CN \text{ nên } BG^2 + CG^2 = BC^2 \Rightarrow \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{9} + \frac{2a^2 + 2c^2 - b^2}{9} = a^2.$$

$$\Leftrightarrow b^2 + c^2 = 5a^2 \quad (1).$$

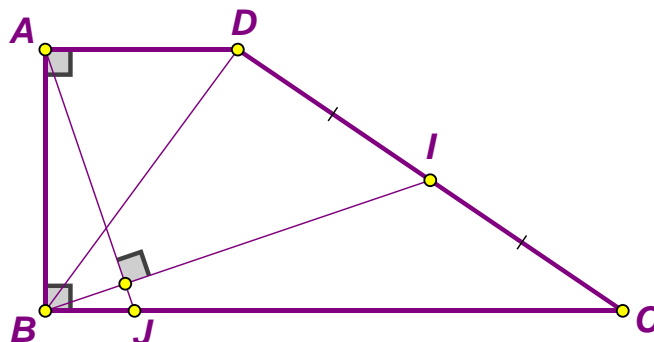
Mặt khác theo định lí côsin trong tam giác, ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $a^2 = 5a^2 - 2bc \cos A \Leftrightarrow bc \cos A = 2a^2$. Chứng tỏ tam giác ABC không vuông tại A ($\cos A \neq 0$) và $bc = \frac{2a^2}{\cos A}$.

$$\text{Diện tích tam giác } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a^2}{\cos A} \cdot \sin A = a^2 \cdot \tan A = a^2 \tan \alpha.$$

Câu 50: Cho hình thang vuông $ABCD$, đường cao $AB = 4a$, $BD = 5a$, $BC = 7a$. Gọi I là trung điểm của CD , J là điểm di động trên cạnh BC sao cho AJ vuông góc với BI . Khi đó độ dài BJ là

Lời giải



Tổ Toán – Tin THPT Triệu Quang Phục

Ta có $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B

$$\Rightarrow \Delta ABD \text{ vuông tại } A \Rightarrow AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$$

$$\text{Đặt } BJ = x (x > 0). \text{ Vì } AJ \perp BI \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{BI} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AJ} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BJ}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = 0 \Leftrightarrow -\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\Leftrightarrow -AB^2 + \overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \quad (\text{vì } AB \perp BC; AB \perp AD; BJ \perp BA)$$

$$\Leftrightarrow -16a^2 + BJ \cdot AD \cdot \cos 0^\circ + BJ \cdot BC \cdot \cos 0^\circ = 0$$

$$\Leftrightarrow -16a^2 + x \cdot 3a + x \cdot 7a = 0 \Leftrightarrow 10x = 16a \Leftrightarrow x = \frac{8}{5}a.$$