Đề cương ôn tập cuối học kì 1 Toán 12

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) \le 0, \forall x \in R$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữa hạn điểm thuộc R. Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

Ⓐ. Với mọi $x_1, x_2 \in R$ và $x_1 \ne x_2$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$.

Ⓑ. Với mọi $x_1, x_2 \in R$ và $x_1 \ne x_2$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$.

Ⓒ. Với mọi $x_1, x_2, x_3 \in R$ và $x_1 < x_2 < x_3$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{f(x_2) - f(x_3)} < 0$.

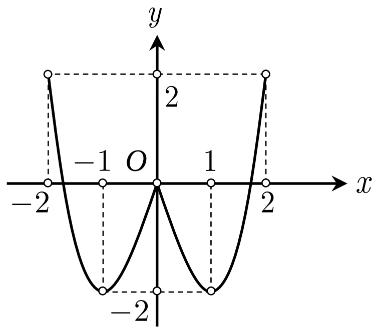
Ⓓ. Với mọi $x_1, x_2, x_3 \in R$ và $x_1 > x_2 > x_3$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{f(x_2) - f(x_3)} < 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Hỏi mệnh đề nào dưới đây **sai**?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

Ⓐ. Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.
Ⓑ. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+1)$.
Ⓒ. Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.
Ⓓ. Hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

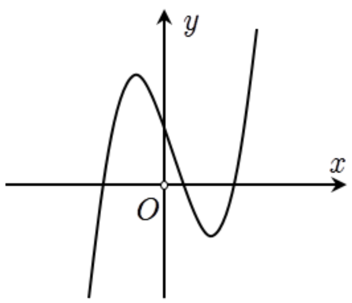
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị trên đoạn $[-2;2]$ như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là **sai**?

Ⓐ. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2)$.
Ⓑ. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$.
Ⓒ. $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.
Ⓓ. $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(0)$.

Câu 4: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?



Ⓐ. $y = -x^2 + x - 1$.
Ⓑ. $y = -x^3 + 3x + 1$.
Ⓒ. $y = x^4 - x^2 + 1$.
Ⓓ. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5: Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x.\sqrt[4]{x^5.\sqrt{x^3}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

Ⓐ. $P = x^{\frac{15}{16}}$.
Ⓑ. $P = x^{\frac{7}{16}}$.
Ⓒ. $P = x^{\frac{5}{42}}$.
Ⓓ. $P = x^{\frac{47}{48}}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{2}}$ là

Ⓐ. $D=[3;+\infty)$. Ⓑ. $D=R\setminus\{2\}$. Ⓒ. $D=R$. Ⓓ. $D=(3;+\infty)$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$ là

Ⓐ. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. Ⓑ. $(1;3)$. Ⓒ. $(-\infty;1)$. Ⓓ. $(3;+\infty)$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{2x}<2^{x+6}$ là

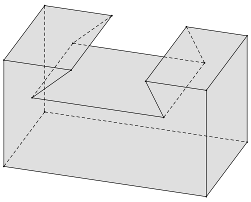
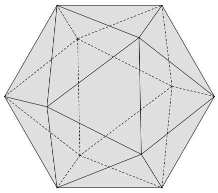
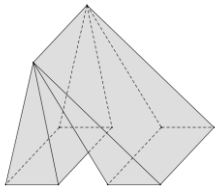
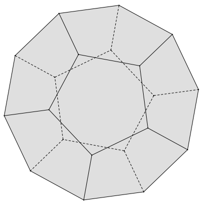
Ⓐ. $(-\infty;6)$. Ⓑ. $(0;6)$. Ⓒ. $(0;64)$. Ⓓ. $(6;+\infty)$.

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$.

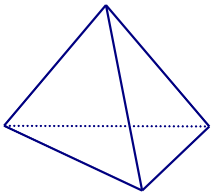
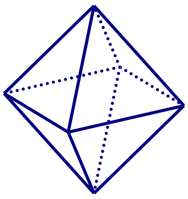
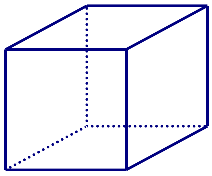
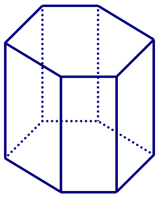
Ⓐ. $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x+C$. Ⓑ. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$.

Ⓒ. $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x\ln 5+C$. Ⓓ. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{5^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 10: Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?

Ⓐ.  . Ⓑ.  . Ⓒ.  . Ⓓ.  .

Câu 11: Hình đa diện nào dưới đây **không** phải hình đa diện đều?

Ⓐ. Tứ diện đều. Ⓑ. Bát diện đều.

Ⓒ. Hình lập phương. Ⓓ. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 12: Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy R, chiều cao là h.

Ⓐ. $V=\pi R^2h$. Ⓑ. $V=\pi Rh^2$. Ⓒ. $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$. Ⓓ. $V=\dfrac{2}{3}\pi R^2h$.

Câu 13: Hỏi hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-3x^2+5x-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

Ⓐ. $(5;+\infty)$. Ⓑ. $(2;6)$. Ⓒ. $(-\infty;2)$. Ⓓ. $(1;5)$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			3				$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. Ⓑ. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Ⓒ. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$. Ⓓ. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

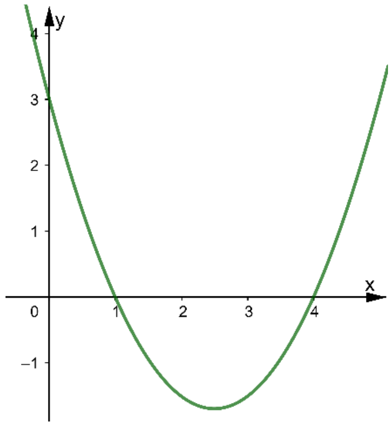
Câu 15: Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^4+2x^2+4$ là

Ⓐ. $x=0$. Ⓑ. $x=\pm 2$. Ⓒ. $x=\pm 1$. Ⓓ. $x=4$.

Câu 16: Đường tiệm ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3+2x}{x-1}$ là

Ⓐ. $2x-3=0$. Ⓑ. $y-2=0$. Ⓒ. $x-1=0$. Ⓓ. $y+3=0$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ là

Ⓐ. 3. Ⓑ. 2. Ⓒ. 4. Ⓓ. 5.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\backslash\left\{\pm 2\right\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)-1=0$ là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	-2	↗	1 ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

Ⓐ. 4. Ⓑ. 3. Ⓒ. 2. Ⓓ. 5.

Câu 19: Cho $0<a<1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

Ⓐ. $\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{a^2}>1$. Ⓑ. $a^{\sqrt{5}}<\dfrac{1}{a^{-\sqrt{3}}}$. Ⓒ. $a^{\frac{3}{4}}>\sqrt[3]{a^2}$. Ⓓ. $\dfrac{1}{a^{2019}}<\dfrac{1}{a^{2020}}$.

Câu 20: Hàm số $f\left(x\right)=\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}+1}$ có đạo hàm là

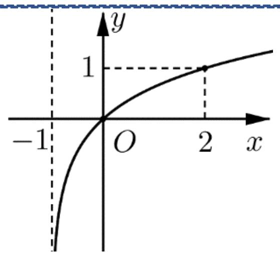
Ⓐ. $f'\left(x\right)=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$. Ⓑ. $f'\left(x\right)=4x\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$.

Ⓒ. $f'\left(x\right)=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$ **D** $f'\left(x\right)=4x\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$.

Câu 21: Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[2]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0<a\neq 1$.

Ⓐ. $P=\dfrac{1}{3}$. Ⓑ. $P=\dfrac{3}{2}$. Ⓒ. $P=\dfrac{2}{3}$. Ⓓ. $P=3$.

Câu 22: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



Ⓐ. $y=\log_2 x$ Ⓑ. $y=\log_2 \ x+1$ Ⓒ. $y=\log_3 x+1$ Ⓓ. $y=\log_3 \ x+1$

Câu 23: Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2}^{x^2+2x+3}=8^x$ bằng
Ⓐ. 2. Ⓑ. 3. Ⓒ. 4. Ⓓ. 1.

Câu 24: Kí hiệu $F \ x$ là một nguyên hàm của hàm số $f \ x = \ x^2+1 \ ^2$ và $F \ 1 = \dfrac{28}{15}\cdot$ Khẳng định nào sau đây là đúng?
Ⓐ. $F \ x = \dfrac{x^5}{5}+\dfrac{2x^3}{3}+x.$ Ⓑ. $F \ x = \dfrac{x^5}{5}+\dfrac{2x^3}{3}+x-5.$
Ⓒ. $F \ x = 4x \ x^2+1 \ .$ Ⓓ. $F \ x = \dfrac{x^5}{5}+\dfrac{2x^3}{3}+x+1.$

Câu 25: Cho tích phân $\int_1^2 [4f \ x \ -2x]\mathrm{d}x=1.$ Khi đó $\int_1^2 f \ x \ \mathrm{d}x$ bằng
Ⓐ. $-3.$ Ⓑ. $-1.$ Ⓒ. 1. Ⓓ. 3.

Câu 26: Một hình chóp có 46 cạnh thì nó có bao nhiêu mặt?
Ⓐ. 46 . Ⓑ. 24 . Ⓒ. 69 . Ⓓ. 25 .

Câu 27: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
Ⓐ. 4 . Ⓑ. 6 . Ⓒ. 3 . Ⓓ. 9 .

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ hính vuông có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuống góc đáy và bằng 3Ⓐ. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$Ⓓ.
Ⓐ. a^3. Ⓑ. $\dfrac{a^3}{3}$. Ⓒ. $9a^3$. Ⓓ. $3a^3$.

Câu 29: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, đáy có cạnh bằng $2a$, cạnh bên bằng 3Ⓐ. Hình nón (N) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$Ⓓ. Thể tích của khối nón (N) bằng
Ⓐ. $\sqrt{7}\pi a^3\left(cm^3\right)$. Ⓑ. $\dfrac{7\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. Ⓒ. $\dfrac{6\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. Ⓓ. $\dfrac{2\sqrt{7}\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 30: Cho hình nón (N) có đường cao $h=20cm$, bán kính đáy $r=25cm$. Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy $12cm$. Diện tích của thiết diện tạo thành bằng
Ⓐ. $50\sqrt{7}\left(cm^2\right)$. Ⓑ. $100\sqrt{7}\left(cm^2\right)$. Ⓒ. $150\sqrt{7}\left(cm^2\right)$. Ⓓ. $200\sqrt{7}\left(cm^2\right)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=x^3+3mx^2-4mx+3$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Ⓐ. $0\le m\le \dfrac{4}{3}$. Ⓑ. $-\dfrac{4}{3}\le m\le 0$. Ⓒ. $0\le m\le \dfrac{3}{4}$. Ⓓ. $-\dfrac{3}{4}\le m\le 0$.

Câu 32: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-m$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $|x_1-x_2|\le 2$.
Ⓐ. $[-3;1]$. Ⓑ. $\left[-3;-1-\sqrt{3}\right)\cup\left(-1+\sqrt{3};1\right]$.
Ⓒ. $(-3;1)$.. Ⓓ. $\left[-3;-1-\sqrt{3}\right)\cap\left(-1+\sqrt{3};1\right]$.

Câu 33: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2-x+m}{x-1}$ đạt cực đại tại $x_0=2$.

Ⓐ. $m=1$. Ⓑ. $m=-1$. Ⓒ. $m=0$. Ⓓ. Không tồn tại.

Câu 34: Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ⓐ. $a=3$. Ⓑ. $a=2$. Ⓒ. $a=1$. Ⓓ. $a=4$.

Câu 35: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đó cắt đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A,B sao cho $AB=\sqrt{2}IB$, với $I(2;2)$.

Ⓐ. $y=-x+2; y=-x-3$. Ⓑ. $y=x+2; y=-x+6$.

Ⓒ. $y=-x+2; y=-x+6$. Ⓓ. $y=x-2; y=x-6$.

Câu 36: Cho $a=\log_2 3, b=\log_3 5, c=\log_7 2$. Tính $\log_{140} 63$ theo a,b,c.

Ⓐ. $\log_{140} 63=\dfrac{4ac+1}{abc+2c+1}$. Ⓑ. $\log_{140} 63=\dfrac{2ac-1}{abc+2c+1}$.

Ⓒ. $\log_{140} 63=\dfrac{2ac+1}{abc+2b+1}$. Ⓓ. $\log_{140} 63=\dfrac{2ac+1}{abc+2c+1}$.

Câu 37: Phương trình $4^{x^2+x}+2^{1-x^2}=2^{(x+1)^2}+1$ có bao nhiêu nghiệm?

Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $x^{\log_2 x+4}\le 32$?

Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

Câu 39: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $2cm$. Gọi M,N,P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác ABC, ABD, ACD. Tính thể tích V của khối chóp $AMNP$.

Ⓐ. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{162}cm^3$. Ⓑ. $V=\dfrac{2\sqrt{2}}{81}cm^3$. Ⓒ. $V=\dfrac{4\sqrt{2}}{81}cm^3$. Ⓓ. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{144}cm^3$.

Câu 40: Trong không gian, cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$ và cạnh bên bằng $4a$ .Tính diện tích toàn phần của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ tam giác đều đó.

Ⓐ. $S_{tp}=a^2 8\sqrt{3}\pi$. Ⓑ. $S_{tp}=a\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$.

Ⓒ. $S_{tp}=2a\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$. Ⓓ. $S_{tp}=a^2\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$.

Câu 41: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O,R) và (O',R). Một hình nón có đỉnh là O và đáy là hình tròn (O',R). Mặt xung quanh của hình nón chia khối trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối nón, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

Ⓐ. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. Ⓑ. $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. Ⓒ. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. Ⓓ. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 42: Cho hình lập phương cạnh $4cm$. Trong khối lập phương là khối cầu tiếp xúc với các mặt của hình lập phương. Tính thể tích phần còn lại của khối lập phương.

Ⓐ. $V=64-\dfrac{64\sqrt{2}}{3}\pi\ \text{cm}^3$. Ⓑ. $V=64-\dfrac{32}{3}\pi\ \text{cm}^3$.

Ⓒ. $V=64-32\sqrt{2}\pi\ \text{cm}^3$. Ⓓ. $V=64-\dfrac{256}{81}\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 43: Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là bao nhiêu?

Ⓐ. 10. Ⓑ. 15. Ⓒ. 20. Ⓓ. 25.

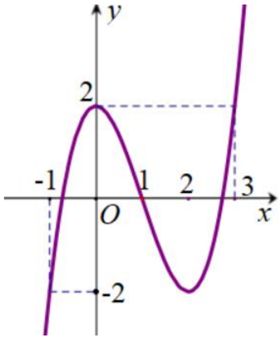
Câu 44: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{3}{f\left(x^3+x+1\right)-1}$.

Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)-\dfrac{1}{2}(x-1)^2$ là

Ⓐ. $x=1$. Ⓑ. $x=2$. Ⓒ. $x=0$. Ⓓ. $x=3$.

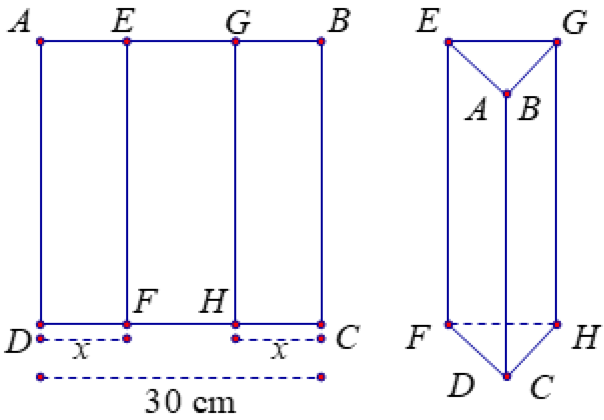
Câu 46: Ông A gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo cách sau, cứ vào ngày 20 của mỗi tháng ông sẽ trích từ lương của mình 8 triệu đồng để gửi tiết kiệm theo hình thức lãi suất kép với lãi suất 0,66%/tháng. Ngân hàng sẽ trả tiền lãi cho ông vào ngày 19 của mỗi tháng. Ông bắt đầu gửi tiết kiệm vào ngày 20/01/2019. Hỏi đến ngày 19/01/2020 số tiền ông nhận được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu biết rằng trong quá trình gửi ông không rút tiền lãi (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

Ⓐ. 100220000. Ⓑ. 103603000. Ⓒ. 103885000. Ⓓ. 100219000.

Câu 47: Cho phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm thuộc đoạn $\left[1;\log_5 9\right]$?

Ⓐ. 4. Ⓑ. 5. Ⓒ. 2. Ⓓ. 3.

Câu 48: Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.



Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là

Ⓐ. $x=5(cm)$. Ⓑ. $x=10(cm)$. Ⓒ. $x=9(cm)$. Ⓓ. $x=8(cm)$.

Câu 49: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $BAD=60^0$; $AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $A'B'$. Khi đó thể tích khối chóp $A.BDMN$ bằng

Ⓐ. $\frac{3a^3}{16}$. Ⓑ. $\frac{a^3}{8}$. Ⓒ. $\frac{a^3}{4}$. Ⓓ. $\frac{5a^3}{16}$.

Câu 50: Một công trình nghệ thuật kiến trúc trong công viên có dạng là một tòa nhà hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính $6m$. Toàn bộ tòa nhà đó được trang bị hệ thống điều hòa làm mát, do vậy để tiết kiệm điện người ta đã xây dựng tòa nhà sao cho thể tích nhỏ nhất. Khi đó chiều cao của tòa nhà này bằng

Ⓐ. $20m$. Ⓑ. $24m$. Ⓒ. $12m$. Ⓓ. $30m$.

---------- HẾT ----------

Đáp án đề cương ôn tập cuối học kì 1 Toán 12

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.D	4.D	5.B	6.D	7.A	8.A	9.B	10
11.D	12.C	13.D	14.A	15.A	16.B	17.A	18.B	19.C	20
21.B	22.D	23.C	24.A	25.C	26.B	27.C	28.A	29.D	30.B
31.B	32.B	33.D	34.A	35.C	36.D	37.C	38.B	39.C	40.C
41.A	42.B	43.C	44.C	45.A	46.A	47.A	48.B	49.A	50.B

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) \le 0,\ \forall x \in R$ và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữa hạn điểm thuộc R. Hỏi khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Với mọi $x_1, x_2 \in R$ và $x_1 \ne x_2$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$.

B. Với mọi $x_1, x_2 \in R$ và $x_1 \ne x_2$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$.

C. Với mọi $x_1, x_2, x_3 \in R$ và $x_1 < x_2 < x_3$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{f(x_2) - f(x_3)} < 0$.

D. Với mọi $x_1, x_2, x_3 \in R$ và $x_1 > x_2 > x_3$, ta có $\dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{f(x_2) - f(x_3)} < 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Hỏi mệnh đề nào **sai**?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	||	+	

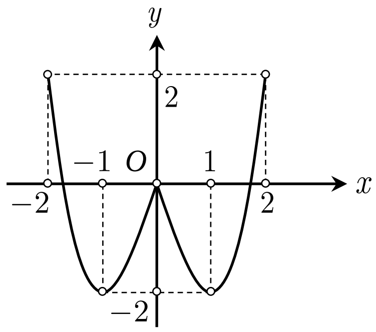
A. Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ nên D sai.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị trên đoạn $[-2;2]$ như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là **sai**?

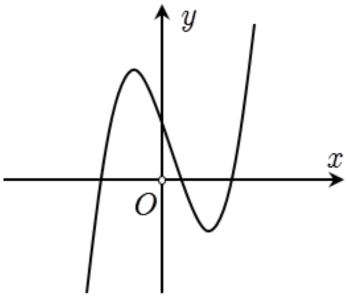
A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2)$.
B. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$.
C. $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.
D. $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(0)$.

Lời giải

Chọn D

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $[-2;2]$ bằng $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1) = -2$.

Câu 4: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có hình dáng chữ N xuôi (bậc 3), nhánh phải đi lên $\Rightarrow a>0$: loại A, B, **C.**

Câu 5: Cho biểu thức $P=\sqrt[6]{x.\sqrt[4]{x^5.\sqrt{x^3}}}$ với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P=x^{\frac{15}{16}}$. **B.** $P=x^{\frac{7}{16}}$. **C.** $P=x^{\frac{5}{42}}$. **D.** $P=x^{\frac{47}{48}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\sqrt[6]{x.\sqrt[4]{x^5.\sqrt{x^3}}}=\sqrt[6]{x\sqrt[4]{x^5x^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[6]{x\sqrt[4]{x^{\frac{13}{2}}}}=\sqrt[6]{xx^{\frac{13}{8}}}=\sqrt[6]{x^{\frac{21}{8}}}=x^{\frac{7}{16}}$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D=[3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định khi $x^3-27>0\Leftrightarrow x>3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(3;+\infty)$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$ là

A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-4x+3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>3\end{array}\right.$.

Tập xác định của hàm số: $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình: $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A. $(-\infty;6)$. **B.** $(0;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{2x}<2^{x+6}\Leftrightarrow 2x<x+6\Leftrightarrow x<6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;6)$.

Câu 9. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^x}{\ln 5}+C$.

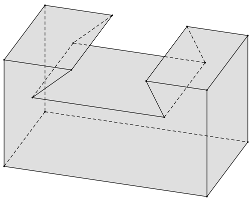
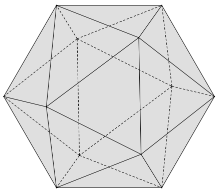
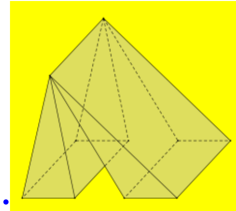
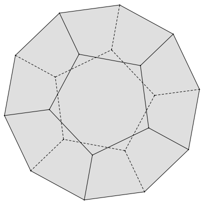
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=5^x\ln 5+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5^{x+1}}{x+1}+C$.

Lời giải

Chọn B

Từ công thức nguyên hàm $\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, a > 0$ ta có ngay phương án B.

Câu 10. Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?

A.  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

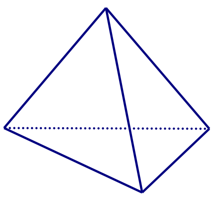
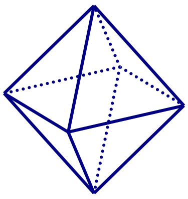
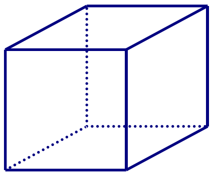
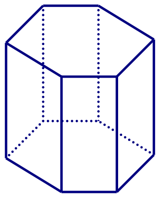
Lời giải

Chọn C

Vật thể cho bởi hình A, B, D là các khối đa diện.

Vật thể cho bởi hình C không phải khối đa diện, vi phạm điều kiện mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Câu 11. Hình đa diện nào dưới đây **không** phải hình đa diện đều?

A. Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều.

C. Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

Câu 12. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy R, chiều cao là h.

A. $V = \pi R^2 h$. **B.** $V = \pi R h^2$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$. **D.** $V = \frac{2}{3}\pi R^2 h$.

Câu 13. Hỏi hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(5; +\infty)$. **B.** $(2; 6)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(1; 5)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 4$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 15. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 4$ là

A. $x = 0$. **B.** $x = \pm 2$. **C.** $x = \pm 1$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có. $y' = -4x^3 + 4x = -4x\left(x^2 - 1\right)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Câu 16. Đường tiệm ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-3+2x}{x-1}$ là

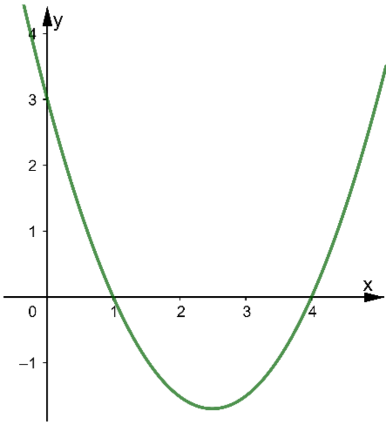
A. $2x-3=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $y+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x-3}{x-1} = 2$. Vậy đường thẳng $y-2=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{f(x)} = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang.

Ta có: $f(x) = 0$ khi $x = 1$ và $x = 4$

$\lim\limits_{x\to1^-} g(x) = \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} g(x) = \lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{1}{f(x)} = -\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to4^-} g(x) = \lim\limits_{x\to4^-} \dfrac{1}{f(x)} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to4^+} g(x) = \lim\limits_{x\to4^+} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty \Rightarrow x = 4$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận gồm 2 TCĐ: $x = 1$ và $x = 4$, 1 TCN: $y = 0$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm2\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	-2	↗	1 ‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có. Phương trình $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$ là phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị của hai hàm số sau:

$\begin{cases} y = f(x) & (C) \\ y = 1 & (d) \end{cases}$ Số giao điểm của (C) và (d) là số nghiệm của phương trình đã cho

Dựa vào bảng biến thiên ta có số giao điểm của (C) và (d) là 3, lần lượt có các hoành độ $x_1;\ x_2;\ x_3$ với $x_1 \in (-2;0);\ x_2 \in (0;2);\ x_3 \in (2;+\infty)$

Vậy phương trình $f(x)-1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 19. Cho $0<a<1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{a^2}>1$. **B.** $a^{\sqrt{5}}<\dfrac{1}{a^{-\sqrt{3}}}$. **C.** $a^{\frac{3}{4}}>\sqrt[3]{a^2}$. **D.** $\dfrac{1}{a^{2019}}<\dfrac{1}{a^{2020}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $0<a<1$ nên $a^m>a^n \Leftrightarrow m<n$

Xét phương án A: $\dfrac{\sqrt[4]{a^3}}{a^2}>1 \Leftrightarrow a^{\frac{3}{4}-2}>a^0 \Leftrightarrow a^{\frac{-5}{4}}>a^0 \Leftrightarrow \dfrac{-5}{4}<0 \Rightarrow$ mệnh đề phương án A đúng

Xét phương án B: $a^{\sqrt{5}}<\dfrac{1}{a^{-\sqrt{3}}} \Leftrightarrow a^{\sqrt{5}}<a^{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \sqrt{5}>\sqrt{3} \Rightarrow$ mệnh đề phương án B đúng

Xét phương án C: $a^{\frac{3}{4}}>\sqrt[3]{a^2} \Leftrightarrow a^{\frac{3}{4}}>a^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow \dfrac{3}{4}<\dfrac{2}{3} \Rightarrow$ mệnh đề phương án C sai

Xét phương án D: $\dfrac{1}{a^{2019}}<\dfrac{1}{a^{2020}} \Leftrightarrow a^{-2019}<a^{-2020} \Leftrightarrow -2019>-2020 \Rightarrow$ mệnh đề phương án D đúng

Vậy ta chọn đáp án C

Câu 20. Hàm số $f(x)=\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}+1}$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$. **B.** $f'(x)=4x\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}-1}$.

C. $f'(x)=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$ **D** $f'(x)=4x\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(u^\alpha\right)'=\alpha.u^{\alpha-1}.u'$

$$f'(x)=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}+1-1}.\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)'$$

$$=\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}}.2x\left(\sqrt{3}-1\right)$$

$$=4x\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$$

Vậy $f'(x)=4x\left(\left(\sqrt{3}-1\right)x^2+1\right)^{\sqrt{3}}$.

Câu 21. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\left(a.\sqrt[3]{a\sqrt{a}}\right)$ với $0<a\neq 1$.

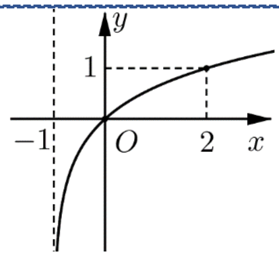
A. $P=\dfrac{1}{3}$. **B.** $P=\dfrac{3}{2}$. **C.** $P=\dfrac{2}{3}$. **D.** $P=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P=\log_a\left[a.\left(a.a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]=\log_a\left(a^{\frac{3}{2}}\right)=\dfrac{3}{2}\log_a a=\dfrac{3}{2}$.

Câu 22. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\log_2 x$ **B.** $y=\log_2(x+1)$ **C.** $y=\log_3 x+1$ **D.** $y=\log_3(x+1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị thấy có tiệm cận đứng $x=-1$. Loại đáp án A và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2;1)$ nên chỉ có D thỏa mãn.

Câu 23. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2}^{x^2+2x+3}=8^x$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\Leftrightarrow 2^{\frac{1}{2}(x^2+2x+3)}=2^{3x}\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x^2+2x+3)=3x\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Câu 24. Kí hiệu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2+1)^2$ và $F(1)=\frac{28}{15}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\frac{x^5}{5}+\frac{2x^3}{3}+x$. **B.** $F(x)=\frac{x^5}{5}+\frac{2x^3}{3}+x-5$.

C. $F(x)=4x(x^2+1)$. **D.** $F(x)=\frac{x^5}{5}+\frac{2x^3}{3}+x+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (x^2+1)^2\,\mathrm{d}x=\int (x^4+2x^2+1)\,\mathrm{d}x=\frac{x^5}{5}+\frac{2x^3}{3}+x+C$.

Theo giả thiết $F(1)=\frac{28}{15}\Leftrightarrow \frac{1}{5}+\frac{2}{3}+1+C=\frac{28}{15}\Rightarrow C=0$.

Câu 25. Cho tích phân $\int_1^2[4f(x)-2x]\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_1^2[4f(x)-2x]\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x-2\int_1^2 x\mathrm{d}x=1$$

$$\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)\,dx-2.\left.\frac{x^2}{2}\right|_1^2=1\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=4\Leftrightarrow \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=1$$

Câu 26. Một hình chóp có 46 cạnh thì nó có bao nhiêu mặt?

A. 46 . **B.** 24 . **C.** 69 . **D.** 25 .

Lời giải

Chọn B

Ta gọi x là số cạnh của đa giác đáy

$\Rightarrow$đa giác đáy cũng có x đỉnh

$\Rightarrow$ hình chóp có x cạnh bên

$\Rightarrow x+x=46\Leftrightarrow x=23$

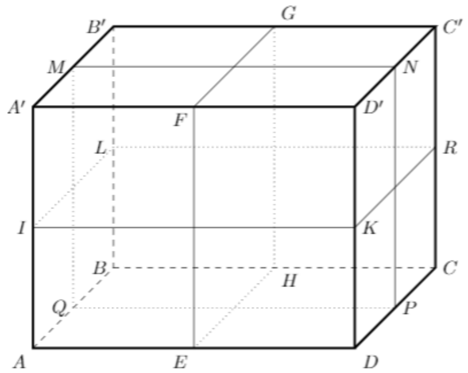
$\Rightarrow$ hình chóp có 23 mặt bên và 1 mặt đáy.

Câu 27. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 . **B.** 6 . **C.** 3 . **D.** 9 .

Lời giải

Chọn C



Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các mặt phẳng đối xứng là $EFGH$, $MNPQ$ và $IKRL$

Câu 28. Cho hình chóp *S.ABCD*, đáy $ABCD$ hính vuông có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc đáy và bằng 3*a*. Tính thể tích khối chóp *S.ABCD*.

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $9a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn A

Vì đáy là hình vuông có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ nên cạnh hình vuông bằng $a \Rightarrow S_{ABCD} = a^2$

Vậy thể tích khối chóp *S.ABCD* : $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = a^3$

Câu 29. Cho hình chóp đều *S.ABCD*, đáy có cạnh bằng 2*a*, cạnh bên bằng 3*a*. Hình nón (N) ngoại tiếp hình chóp *S.ABCD*. Thể tích của khối nón (N) bằng

A. $\sqrt{7}\pi a^3\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{7\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{6\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{2\sqrt{7}\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Hình nón (N) ngoại tiếp hình chóp *S.ABCD* có bán kính đáy bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh $2a \Rightarrow r = a\sqrt{2}$. Và có đường sinh $l = 3a \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = a\sqrt{7}$

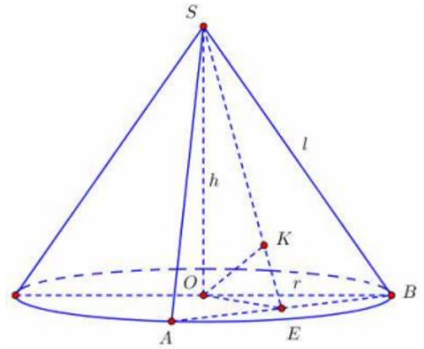
Thể tích của khối nón (N) là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2\sqrt{7}\pi a^3}{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 30. Cho hình nón (N) có đường cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy 12*cm*. Diện tích của thiết diện tạo thành bằng

A. $50\sqrt{7}\left(cm^2\right)$. **B.** $100\sqrt{7}\left(cm^2\right)$. **C.** $150\sqrt{7}\left(cm^2\right)$. **D.** $200\sqrt{7}\left(cm^2\right)$.

Lời giải

Chọn B



Khoảng cách từ *O* đến mặt phẳng (SAB) bằng $OK = 12(cm)$.

Ta có $\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{h^2}+\frac{1}{OE^2}\Rightarrow OE=15(cm)$

Suy ra $\begin{cases} AB=2EB=2\sqrt{r^2-OE^2}=2\sqrt{25^2-15^2}=40(cm) \\ SE=\sqrt{h^2+OE^2}=\sqrt{20^2+15^2}=5\sqrt{7}(cm) \end{cases}$

Diện tích của thiết diện tạo thành:

$S_{SAB}=\frac{1}{2}SE.AB=\frac{1}{2}.5\sqrt{7}.40=100\sqrt{7}(cm^2)$

Câu 31. Cho hàm số $y=x^3+3mx^2-4mx+3$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0\le m\le\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}\le m\le 0$. **C.** $0\le m\le\frac{3}{4}$. **D.** $-\frac{3}{4}\le m\le 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2+6mx-4m$. Vì y' là hàm số bậc hai nên hàm số bậc đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}3>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow(3m)^2-3.(-4m)\le 0$

$\Leftrightarrow 9m^2+12m\le 0\Leftrightarrow -\frac{4}{3}\le m\le 0$.

Câu 32. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-m$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa $|x_1-x_2|\le 2$.

A. $[-3;1]$. **B.** $\left[-3;-1-\sqrt{3}\right)\cup\left(-1+\sqrt{3};1\right]$.

C. $(-3;1)$. . **D.** $\left[-3;-1-\sqrt{3}\right)\cap\left(-1+\sqrt{3};1\right]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có. $y'=3x^2-6(m+1)x+9$.

Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow\left[-3(m+1)\right]^2-3.9>0\Leftrightarrow m^2+2m-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>-1+\sqrt{3}\\ m<-1-\sqrt{3}\end{array}\right.$

Với điều kiện trên ta có

$|x_1-x_2|\le 2\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-2x_1x_2\le 4$

$\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\le 4$

$\Leftrightarrow\left[2(m+1)\right]^2-12\le 4$

$\Leftrightarrow(m+1)^2\le 4\Leftrightarrow -3\le m\le 1$

Vậy $m\in\left[-3;-1-\sqrt{3}\right)\cup\left(-1+\sqrt{3};1\right]$

Câu 33. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{x^2-x+m}{x-1}$ đạt cực đại tại $x_0=2$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\frac{x^2-x+m}{x-1}=x+\frac{m}{x-1}$.

$y'=1-\frac{m}{(x-1)^2}$ và $y''=\frac{2m}{(x-1)^3}$

$y'(2)=0 \Leftrightarrow 1+\dfrac{-m}{1}=0 \Leftrightarrow m=1$

Với $m=1$ ta có $y''(2)=2>0$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x_0=2$ khi $m=1$ tức là không tồn tại m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 34. Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $a=3$. **B.** $a=2$. **C.** $a=1$. **D.** $a=4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\left|x^2+2x+a-4\right|=\left|(x+1)^2+a-5\right|$. Đặt $u=(x+1)^2$ khi đó $\forall x\in[-2;1] \Rightarrow u\in[0;4]$.

Ta được hàm số $f(u)=|u+a-5|$. Khi đó

$$\max_{[-2;1]} y(x)=\max_{[0;4]} f(u)=\max\{f(0);f(4)\}=\max\{|a-5|;|a-1|\}.$$

Trường hợp 1: Nếu $|a-5|\ge|a-1| \Leftrightarrow a\le 3$ thì $\max\limits_{[0;4]} f(u)=5-a\ge 2$. Suy ra $a=3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: Nếu $|a-5|\le|a-1| \Leftrightarrow a\ge 3$ thì $\max\limits_{[0;4]} f(u)=a-1\ge 2$. Suy ra $a=3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\max\limits_{[-2;1]} y=2 \Leftrightarrow a=3$.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến đó cắt đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A,B sao cho $AB=\sqrt{2}IB$, với $I(2;2)$.

A. $y=-x+2; y=-x-3$. **B.** $y=x+2; y=-x+6$.

C. $y=-x+2; y=-x+6$. **D.** $y=x-2; y=x-6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-\dfrac{1}{(x-2)^2}$.

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-3}{x_0-2}\right)\in(C)$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M

$$y=-\frac{1}{(x_0-2)^2}x+\frac{2x_0^2-4x_0+6}{(x_0-2)^2}.$$

Do $AB=\sqrt{2}IB$ và tam giác AIB vuông tại I suy ra $IA=IB$ nên hệ số góc tiếp tuyến $k=1$ hoặc $k=-1$. Vì $y'=-\dfrac{1}{(x_0-2)^2}<0$ nên ta có hệ số góc tiếp tuyến $k=-1$ hay

$$-\frac{1}{(x_0-2)^2}=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=3 \end{array}\right..$$

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến $y=-x+2; y=-x+6$.

Câu 36. Cho $a=\log_2 3, b=\log_3 5, c=\log_7 2$. Tính $\log_{140} 63$ theo a,b,c.

A. $\log_{140} 63=\dfrac{4ac+1}{abc+2c+1}$. **B.** $\log_{140} 63=\dfrac{2ac-1}{abc+2c+1}$.

C. $\log_{140} 63=\dfrac{2ac+1}{abc+2b+1}$. **D.** $\log_{140} 63=\dfrac{2ac+1}{abc+2c+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$\log_{140}63=\log_{140}\left(3^2.7\right)=2\log_{140}3+\log_{140}7$

$=\dfrac{2}{\log_3 140}+\dfrac{1}{\log_7 140}=\dfrac{2}{\log_3\left(2^2.5.7\right)}+\dfrac{1}{\log_7\left(2^2.5.7\right)}$

$=\dfrac{2}{2\log_3 2+\log_3 5+\log_3 7}+\dfrac{1}{2\log_7 2+\log_7 5+1}$.

Ta có $\log_3 2=\dfrac{1}{\log_2 3}=\dfrac{1}{a}, \log_7 5=\log_7 2.\log_2 3.\log_3 5=cab$;

$\log_3 7=\dfrac{1}{\log_7 3}=\dfrac{1}{\log_7 2.\log_2 3}=\dfrac{1}{ca}$.

Vậy $\log_{140}63=\dfrac{2}{\dfrac{2}{a}+b+\dfrac{1}{ca}}+\dfrac{1}{2c+cab+1}=\dfrac{2ac+1}{abc+2c+1}$.

Câu 37. Phương trình $4^{x^2+x}+2^{1-x^2}=2^{(x+1)^2}+1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tương đương $2^{2x^2+2x}+2^{1-x^2}=2^{x^2+2x+1}+1$.

Đặt $\begin{cases} a=2^{2x^2+2x}>0 \\ b=2^{1-x^2}>0 \end{cases}$, suy ra $2^{x^2+2x+1}=ab$. Phương trình trở thành $a+b=ab+1$

$\Leftrightarrow a-ab+b-1=0\Leftrightarrow a(1-b)+(b-1)=0\Leftrightarrow (1-b)(a-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \end{array}\right.$.

• Với $a=1,$ ta được $2^{2x^2+2x}=1\Leftrightarrow 2x^2+2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

• Với $b=1,$ ta được $2^{1-x^2}=1\Leftrightarrow 1-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm 1.$

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm: $x=0,\ x=\pm 1.$

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $x^{\log_2 x+4}\le 32$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$. Đặt $\log_2 x=t\Rightarrow x=2^t$.

Bất phương trình trở thành $\left(2^t\right)^{t+4}\le 32\Leftrightarrow 2^{t(t+4)}\le 2^5\Leftrightarrow t^2+4t\le 5\Leftrightarrow -5\le t\le 1$

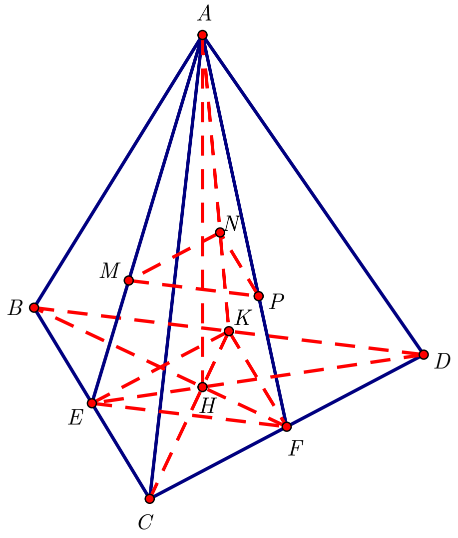
Khi đó $-5\le \log_2 x\le 1\Leftrightarrow \dfrac{1}{32}\le x\le 2\xrightarrow{x\in\mathbb{Z}} x=\{1;2\}$.

Câu 39. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $2cm$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác ABC, ABD, ACD. Tính thể tích V của khối chóp $AMNP$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{162}cm^3$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}}{81}cm^3$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{2}}{81}cm^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{144}cm^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có tam giác BCD đều $\Rightarrow DE = \sqrt{3} \Rightarrow DH = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

$S_{\Delta EFK} = \dfrac{1}{2}.d_{(E,FK)}.FK = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}d_{(D,BC)}.\dfrac{1}{2}BC = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{AKFE} = \dfrac{1}{3}AH.S_{\Delta EFK} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{2\sqrt{6}}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

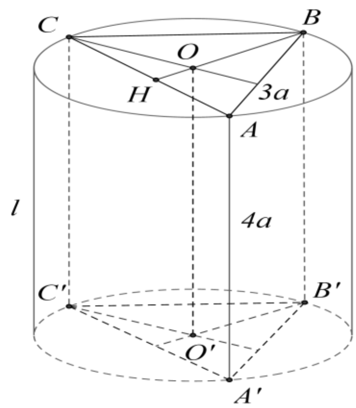
Mà $\dfrac{AM}{AE} = \dfrac{AN}{AK} = \dfrac{AP}{AF} = \dfrac{2}{3}$ nên $\dfrac{V_{AMNP}}{V_{AEKF}} = \dfrac{AM}{AE}.\dfrac{AN}{AK}.\dfrac{AP}{AF} = \dfrac{8}{27} \Rightarrow V_{AMNP} = \dfrac{8}{27}V_{AEKF} = \dfrac{4\sqrt{2}}{81}$.

Câu 40. Trong không gian, cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3a$ và cạnh bên bằng $4a$ .Tính diện tích toàn phần của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ tam giác đều đó.

A. $S_{tp} = a^2 8\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{tp} = a\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$. **C.** $S_{tp} = 2a\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$. **D.** $S_{tp} = a^2\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: Khối trụ có bán kính: $R = BO = \dfrac{2}{3}BH = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2.\pi.a\sqrt{3}.4a = 8\sqrt{3}.\pi a^2$ (đvdt)

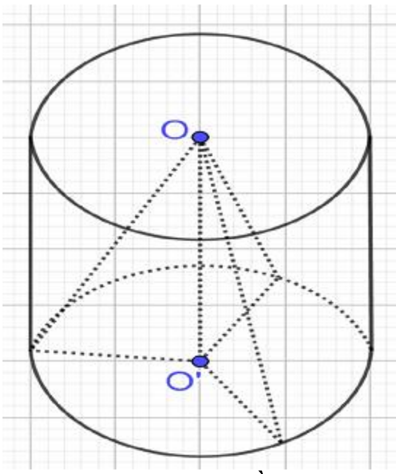
Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp} = S_{xq} + 2.S_đ = 8\sqrt{3}.\pi a^2 + 6a^2\pi = a^2\pi\left(8\sqrt{3}+6\right)$.

Câu 41. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O,R) và (O',R). Một hình nón có đỉnh là O và đáy là hình tròn (O',R). Mặt xung quanh của hình nón chia khối trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối nón, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$.
B. $\frac{V_1}{V_2}=1$.
C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$.
D. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Vì khối nón và khối trụ có cùng diện tích đáy và chiều cao nên nếu khối trụ có thể tích V thì khối nón có thể tích là: $V_1=\frac{1}{3}V$.

Thể tích của phần còn lại là: $V_2=V-V_1=V-\frac{1}{3}V=\frac{2}{3}V$.

Do đó tỉ số $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}V}{\frac{2}{3}V}=\frac{1}{2}$.

Câu 42. Cho hình lập phương cạnh $4cm$. Trong khối lập phương là khối cầu tiếp xúc với các mặt của hình lập phương. Tính thể tích phần còn lại của khối lập phương.

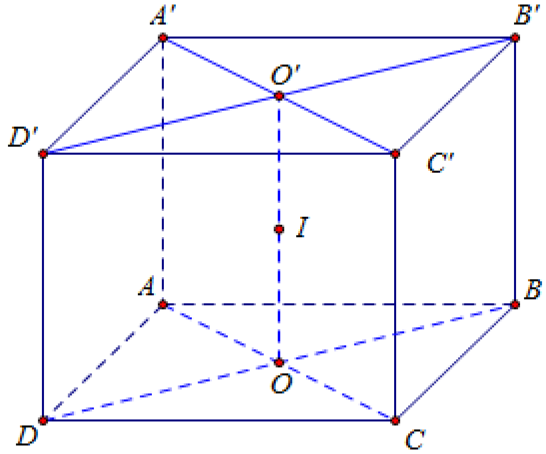
A. $V=64-\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$.
B. $V=64-\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$.
C. $V=64-32\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$.
D. $V=64-\frac{256}{81}\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi:

- Bán kính khối cầu tiếp xúc các mặt hình lập phương là R.
- Thể tích phần còn lại V_{CL}.



Khối cầu tiếp xúc với các mặt hình lập phương $\Rightarrow$ khối cầu nội tiếp hình lập phương.

Nên ta có $R=\dfrac{AA'}{2}=\dfrac{4}{2}=2$. Khi đó thể tích khối cầu: $V_C=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi(2)^3=\dfrac{32\pi}{3}cm^3$.

Ta lại có thể tích hình lập phương: $V=AB^3=(4)^3=64\ cm^3$.

Mà $V=V_C+V_{CL}\Leftrightarrow V_{CL}=V-V_C=64-\dfrac{32\pi}{3}cm^3$.

Câu 43. Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là bao nhiêu?

A. 10. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Gọi x (lít) $(0<x<10)$ là số xăng An sử dụng trong 1 ngày.

Khi đó: $10-x$ (lít) là số xăng Bình sử dụng trong 1 ngày.

Suy ra $f(x)=\dfrac{32}{x}+\dfrac{72}{10-x}$, $x\in(0;10)$ là tổng số ngày An và Bình sử dụng hết số xăng được khoán.

Ta có: $f'(x)=-\dfrac{32}{x^2}+\dfrac{72}{(10-x)^2}$. Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow-\dfrac{32}{x^2}+\dfrac{72}{(10-x)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-20\notin(0;10)\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)=\dfrac{32}{x}+\dfrac{72}{10-x}$, $x\in(0;10)$

x	0		4		10
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	||
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	20	$\nearrow$	$+\infty$ ||

Dựa vào BBT ta có ít nhất 20 ngày thì An và Bình sử dụng hết lượng xăng được khoán.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tìm số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{3}{f(x^3+x+1)-1}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

x	$-\infty$	a		-1		1		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy

$$f\left(x^3+x+1\right)-1=0 \Leftrightarrow f\left(x^3+x+1\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+x+1=1 \\ x^3+x+1=a,\ a<-1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^3+x+1=a,\ a<-1\ (2) \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $h(x)=x^3+x+1$ ta thấy với $a<-1$ thì phương trình $x^3+x+1=a$ có nghiệm duy nhất $x_0<-1$

x	$-\infty$	x_0		-1	$+\infty$
$3x^2+1$			$+$		
x^3+x+1	$-\infty$	a	$\nearrow$	-1	$+\infty$

Suy ra hàm số $y=g\left(x\right)$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0;x_0\right\}$, $x_0<-1$.

+) Tìm tiệm cận ngang:

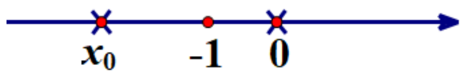
Đặt $t=x^3+x+1$. Khi $x\to+\infty$ thì $t\to+\infty$ và khi $x\to-\infty$ thì $t\to-\infty$.

Do đó, $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x^3+x+1\right)=\lim\limits_{t\to+\infty} f\left(t\right)=-\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{f\left(x^3+x+1\right)-1}=0.$

$$\lim_{x\to-\infty} f\left(x^3+x+1\right)=\lim_{t\to-\infty} f\left(t\right)=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{3}{f\left(x^3+x+1\right)-1}=0.$$

Suy ra đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 1 tiệm cận ngang đó là đường thẳng $y=0$.

+) Tìm tiệm cận đứng:



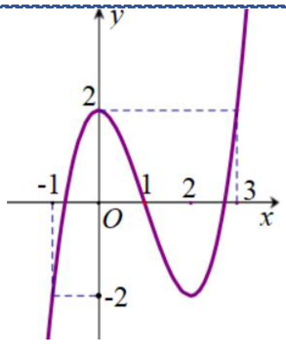
$$g\left(x\right)=\frac{3}{f\left(x^3+x+1\right)-1}$$

Tại xác điểm $x=0,\ x=x_0$ mẫu của $g\left(x\right)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử luôn nhận giá trị bằng 3. Và do hàm số xác định trên mỗi khoảng $\left(-\infty;x_0\right)$, $\left(x_0;0\right)$, $\left(0;+\infty\right)$ nên giới hạn một bên của hàm số $y=g\left(x\right)$ tại các điểm $x=0,\ x=x_0$ là các giới hạn vô cực.

Do đó, đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có hai tiệm cận đứng, đó là các đường thẳng $x=0,\ x=x_0$

Vậy đồ thị hàm số $y=g\left(x\right)$ có 3 đường tiệm cận gồm 1 tiệm cận ngang $y=0$ và 2 tiệm cận đứng $x=0,\ x=x_0$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:

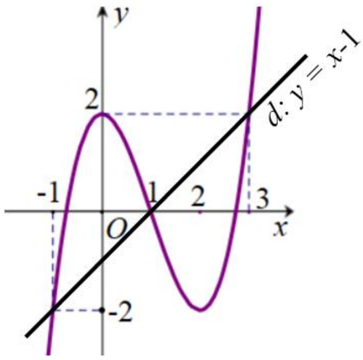


Điểm cực đại của hàm số $y = f(x) - \frac{1}{2}(x-1)^2$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}(x-1)^2 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - (x-1)$.

$g'(x) = f'(x) - (x-1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.

Đường thẳng d: $y = x - 1$ cắt đồ thị $y = f'(x)$ tại các điểm có hoành độ lần lượt tại $x = -1, x = 1$, và $x = 3$.

Suy ra $g'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $x = -1$, $x = 1$ và $x = 3$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $g'(x)$ chỉ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x = 1$, do đó hàm $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 46. Ông A gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo cách sau, cứ vào ngày 20 của mỗi tháng ông sẽ trích từ lương của mình 8 triệu đồng để gửi tiết kiệm theo hình thức lãi suất kép với lãi suất 0,66%/tháng. Ngân hàng sẽ trả tiền lãi cho ông vào ngày 19 của mỗi tháng. Ông bắt đầu gửi tiết kiệm vào ngày 20/01/2019. Hỏi đến ngày 19/01/2020 số tiền ông nhận được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu biết rằng trong quá trình gửi ông không rút tiền lãi (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

A. 100220000. **B.** 103603000. **C.** 103885000. **D.** 100219000.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

Gọi a là số tiền mà ông A gửi hàng tháng, r là lãi suất mỗi tháng.

Ngày 19/02/2019: số tiền mà ông có là $a(1+r)$.

Ngày 20/02/2019: số tiền mà ông có là $a(1+r)+a$.

Ngày 19/03/2019: số tiền mà ông có là $a(1+r)+a(1+r)^2$.

Ngày 19/04/2019: số tiền mà ông có là $a(1+r)+a(1+r)^2+a(1+r)^3$.

....

Ngày 19/01/2020: số tiền mà ông có là

$$a(1+r)+a(1+r)^2+a(1+r)^3+...+a(1+r)^{12}=\frac{a(1+r)}{r}\left[(1+r)^{12}-1\right].$$

Ta được kết quả: $\dfrac{8.000.000\left(1+\dfrac{0,66}{100}\right)}{\dfrac{0,66}{100}}\left[\left(1+\dfrac{0,66}{100}\right)^{12}-1\right]$=100.219.729,5.

Câu 47. Cho phương trình $\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm thuộc đoạn $\left[1;\log_5 9\right]$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x>0$.

$$\log_2\left(5^x-1\right).\log_4\left(2.5^x-2\right)=m \Leftrightarrow \log_2\left(5^x-1\right)\left[\frac{1}{2}\log_2\left(5^x-1\right)+\frac{1}{2}\right]=m \ (1).$$

Đặt $t=\log_2\left(5^x-1\right)$, $t\in[2;3]$.

Ta có phương trình $\frac{1}{2}\left(t^2+t\right)=m\ (2)$.

Để phương trình (1) có nghiệm trên đoạn $\left[1;\log_5 9\right]$ thì phương trình (2) có nghiệm trên đoạn $[2;3]$.

Phương trình (2) là phương trình hoành độ giao điểm của $y=f(t)=\frac{1}{2}\left(t^2+t\right)$ và $y=m$ (đường thẳng song song với trục hoành). Phương trình (2) có nghiệm trên đoạn $[2;3]$ khi đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ít nhất 1 điểm.

Xét hàm số $f(t)=\frac{1}{2}\left(t^2+t\right)$ trên đoạn $[2;3]$.

Ta có: $f'(t)=t+\frac{1}{2} \Rightarrow f'(t)=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$.

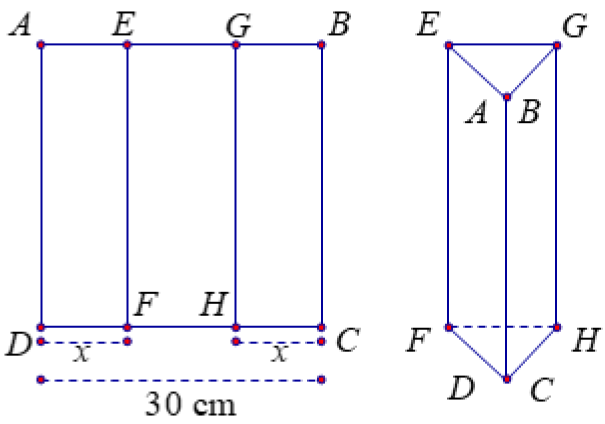
Bảng biến thiên:

t		$-\frac{1}{2}$		2		3
$f'(t)$	-	0	+		+	
$f(t)$				3	$y=m$	6

Suy ra phương trình (2) có nghiệm trên đoạn $[2;3]$ khi $3\le m\le 6$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{3;4;5;6\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên m để phương trình (1) có nghiệm thuộc đoạn $\left[1;\log_5 9\right]$.

Câu 48. Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm . Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.

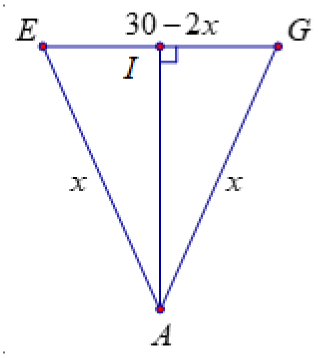


Giá trị của x để thể khối lăng trụ lớn nhất là

A. $x=5(cm)$. **B.** $x=10(cm)$. **C.** $x=9(cm)$. **D.** $x=8(cm)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: Đường cao lăng trụ là $AD=30cm$ không đổi. Để thể tích lăng trụ lớn nhất chỉ cần diện tích đáy lớn nhất.

Trong tam giác AEG: Gọi I là trung điểm cạnh EG $\Rightarrow AI\perp EG$.

Khi đó $IG=15-x,\ (0<x<15)$.

Có $AI=\sqrt{AG^2-IG^2}=\sqrt{x^2-(15-x)^2}=\sqrt{30x-225}, x\in\left(\dfrac{15}{2};15\right)$.

$S_{\Delta AEG}=\dfrac{1}{2}AI.EG=\dfrac{1}{2}(30-2x)\sqrt{30x-225}=\sqrt{15}.\sqrt{(15-x)^2(2x-15)}$.

Vậy ta cần tìm $x\in\left(\dfrac{15}{2};15\right)$ để $f(x)=(15-x)^2(2x-15)$ lớn nhất.

$$f'(x)=-2(15-x)(2x-15)+2(15-x)^2=2(15-x)(30-3x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=15\\x=10\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{15}{2}$		10		15
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	125	$\searrow$	0

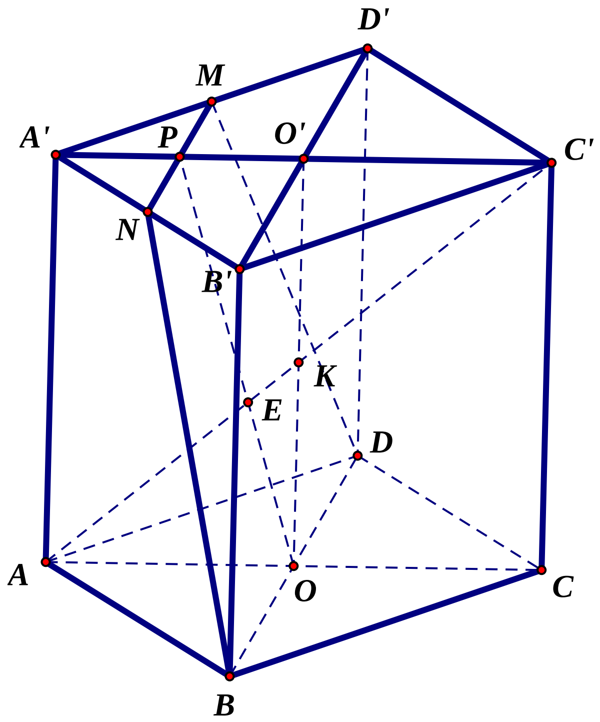
Vậy thể tích lăng trụ lớn nhất khi $x=10(cm)$.

Câu 49. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $BAD = 60^0$; $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $A'B'$. Khi đó thể tích khối chóp $A.BDMN$ bằng

A. $\frac{3a^3}{16}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{5a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $A'B'C'D'$ là hình thoi nên $B'D' \perp A'C'$. Mặt khác $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp đứng nên $B'D' \perp AA'$. Từ đó suy ra $B'D' \perp (ACC'A')$.

Mà $MN \mathbin{//} B'D'$ nên $MN \perp (ACC'A') \Rightarrow MN \perp AC'$ (1).

Gọi $E = AC' \cap OP$, $K = AC' \cap OO'$.

Theo bài ra vì $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $BAD = 60^0$ nên $BD = a;\ AC = a\sqrt{3}$ suy ra $AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ hay $AOO'A'$ là hình vuông. Từ đó suy ra $AK \perp OP$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AC' \perp (BDMN)$.

Ta có $V_{A.BDMN} = \frac{1}{3}S_{BDMN}.AE$.

Dễ thấy $BDMN$ là hình thang cân, do đó $S_{BDMN} = \frac{BD+MN}{2}.OP$.

Theo bài ra vì $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $BAD = 60^0$ nên $BD = a;\ AC = a\sqrt{3}$;

$MN = \frac{1}{2}BD = \frac{a}{2}$.

$$OP^2 = OO'^2 + PO'^2 = AA'^2 + \left(\frac{1}{4}AC\right)^2 = \frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{16} = \frac{15a^2}{16} \Rightarrow OP = \frac{a\sqrt{15}}{4}.$$

Suy ra $S_{BDMN} = \frac{a + \frac{a}{2}}{2}.\frac{a\sqrt{15}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{15}}{16}$.

Xét tam giác AOK vuông tại O, đường cao OE

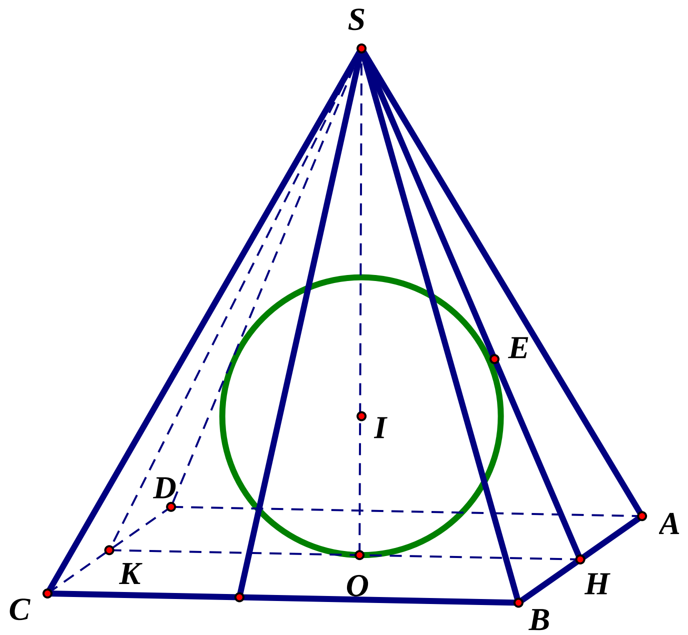
Ta có $AE=\dfrac{AO^2}{AK}=\dfrac{\left(\dfrac{AC}{2}\right)^2}{\dfrac{1}{2}\sqrt{AC^2+CC'^2}}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{3a^2}{\sqrt{3a^2+\dfrac{3a^2}{4}}}=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Vậy $V_{A.BDMN}=\dfrac{1}{3}\dfrac{3a^2\sqrt{15}}{16}.\dfrac{a\sqrt{15}}{5}=\dfrac{3a^3}{16}$.

Câu 50. Một công trình nghệ thuật kiến trúc trong công viên có dạng là một tòa nhà hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính $6m$. Toàn bộ tòa nhà đó được trang bị hệ thống điều hòa làm mát, do vậy để tiết kiệm điện người ta đã xây dựng tòa nhà sao cho thể tích nhỏ nhất. Khi đó chiều cao của tòa nhà này bằng

A. $20m$. **B.** $24m$. **C.** $12m$. **D.** $30m$.

Lời giải



Chọn B

Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp, mặt cầu tiếp xúc với (SAB) tại E , suy ra $E\in SH$.

Đặt $SO=x, x>12$.

Ta có $\Delta SEI\sim\Delta SOH$ nên $\dfrac{IE}{HO}=\dfrac{SE}{SO}$

$\Rightarrow IE.SO=SE.HO\Rightarrow 6x=(SH-EH)\dfrac{AB}{2}=(SH-OH)\dfrac{AB}{2}=\left(\sqrt{SO^2+\dfrac{AB^2}{4}}-\dfrac{AB}{2}\right)\dfrac{AB}{2}$

$\Rightarrow 6x\left(\sqrt{SO^2+\dfrac{AB^2}{4}}+\dfrac{AB}{2}\right)=SO^2.\dfrac{AB}{2}\Leftrightarrow 12\left(\sqrt{x^2+\dfrac{AB^2}{4}}+\dfrac{AB}{2}\right)=x.AB$

$\Leftrightarrow 12\sqrt{x^2+\dfrac{AB^2}{4}}=(x-6)AB\Leftrightarrow AB^2=\dfrac{144x}{x-12}$.

Suy ra $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}AB^2.SO=\dfrac{144x^2}{3(x-12)}$.

Xét $f(x)=\dfrac{144x^2}{3(x-12)}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{144(x^2-24x)}{3(x-12)^2}$; $f'(x)=0\Rightarrow x=24$.

x	12		24		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$
			2304		

Từ bảng biến thiên ta suy ra chiều cao của tòa nhà bằng $24m$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

---------- HẾT ----------